NOWA KSIĘGA SZKOCKA

TOM TRZECI

rozpoczęty 21.V.1968

WROCŁAW

(822) H. Delange zauważył, że wystarczy przyjąć $f(n)=(-1)^{\omega(n)} n$.
Autor modyfikuje pytanie, dodając warunek $f(n)\geq 0$ [illegible].
6/5/77.

H. Delange opisał wszystkie funkcje spełniające żądane warunki, CR 1977.

R 1 Tak przy dodatkowym założeniu, że ~~w B^* istnieje ciąg przeliczalny funkcjonałów rozdzielający punkty B~~. Wynika to z poniższych lematów 1 i 3

Lemat 1. Jeśli $\{\varphi_n\} \subset B^*$ o normie 1 rozdziela punkty B, to dla każdej miary $M: \mathcal{B}\to B$ miara $m = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} |\varphi_n M|$, gdzie $|\varphi_n M|$ oznacza wahanie $\varphi_n M$, ma własności a) $m \leq \|M\|$ i b) $M \ll m$

Lemat 2. Niech $\mathcal{B}_0$ będzie ciałem generującym $\mathcal{B}$. Jeśli $\lambda: \mathcal{B}\to\mathbb{R}$ jest miarą, to $\lambda^+(E) = \sup\{\lambda(E\cap A): A\in\mathcal{B}_0\}$ i $\lambda^-(E) = \inf\{\lambda(E\cap A): A\in\mathcal{B}_0\}$ dla $E\in\mathcal{B}$.

D. - Teza jest prostą konsekwencją następujących faktów:

(i) $\mathcal{B}_0$ jest podzbiorem gęstym w przestrzeni metrycznej miary $|\lambda|$,

(ii) $|\lambda(E\cap A_1) - \lambda(E\cap A_2)| \leq |\lambda|(A_1 \div A_2)$ dla $A_1, A_2 \in \mathcal{B}$

Z lematu 2 i z faktu, że istnieje ciało przeliczalne $\mathcal{B}_0$ generujące $\mathcal{B}$ otrzymujemy

Lemat 3 Jeśli $B=\mathbb{R}$, to funkcja $\Omega \ni \omega \mapsto |M_\omega|(A)\in\mathbb{R}^+$ jest mierzalna dla każdego $A\in\mathcal{B}$.

Z. Lipecki 14 I 1974

(820) Niech E będzie podzbiorem zwartym płaszczyzny zespolonej $\mathbb{C}$ o dodatniej pojemności logarytmicznej.
Czy istnieje podzbiór zwarty F zbioru E o tej własności że F nie jest cienki (w sensie teorii potencjału) w żadnym punkcie ze zbioru F?

1.VI.1968. Józef Siciak

(821). Czy można podać rozsądny warunek konieczny i wystarczający na to ~~funkcji~~ by funkcja tworząca $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n^s} = F(s)$ dla funkcji multyplikatywnej $f(n)$, o wartościach ~~ograniczonych~~ z koła $|z| \leq 1$, była funkcją meromorficzną i spełniała równanie funkcyjne typu równania dla $\zeta(s)$?

Wł. Narkiewicz.
28.X.1968.

(822). Pokazać, że jeśli $f(n)$ jest funkcją o wartościach całkowitych, która jest multyplikatywna, oraz dla wszystkich j i $N \geq 2$ mamy

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} N\{n \leq x : f(n) \equiv j \pmod{N}\} = \frac{1}{N},$$

to $f(n) = n$.

Wł. Narkiewicz. 28.10.1968.

(823) Niech $\langle \Omega, \mathcal{F}, \mu \rangle$ będzie przestrzenią ~~mierzalną~~ mierzalną, B - przestrzenią Banacha, ~~$\mathcal{B}$ - σ-algebra zbiorów borelowskich na odcinku jednostkowym~~
$\mathcal{B}$ - σ-algebra zbiorów borelowskich na odcinku jednostkowym i niech

$$M : \Omega \times \mathcal{B} \ni (\omega, A) \longrightarrow M_\omega(A) \in B$$

tak, że dla każdego ustalonego $A \in \mathcal{B}$ - M jest $\mathcal{F}$-mierzalna i dla każdego ustalonego $\omega \in \Omega$ - M jest miarą na $\mathcal{B}$ o wartościach w B. Wiadomo, że dla dowolnego ale ustalonego $\omega \in \Omega$ istnieje skończona dodatnia miara m_ω na $\mathcal{B}$ taka, że a) $m_\omega(A) \leq \|M_\omega\|(A)$, $A \in \mathcal{B}$ i b) $\lim_{m_\omega(A) \to 0} \|M_\omega\|(A) = 0$

przy czym oznaczamy $\|M\|(A) = \sup |\sum_{i=1}^{n} \alpha_i M(A_i)|$, gdzie supremum brane jest po sk. układach liczb $|\alpha_i| \leq 1$ i skończonych rozbiciach $A = \bigcup A_i$.
(N. Dunford i J. Schwartz, Linear operators, Vol. I, (IV.10.5)) Czy ~~Pokazać, że~~ m_ω może być wybrane w sposób mierzalny t.zn. tak aby dla dowolnego ale ustalonego $A \in \mathcal{B}$ odwzorowanie $\Omega \ni \omega \to m_\omega(A) \in \mathbb{R}^+$ było $\mathcal{F}$-mierzalne? Odpowiedź byłaby ciekawa nawet w przypadku skończenie-wymiarowego B.

4.III.1969. W. Woyczyński

Dla zbiorów zwartych odpowiedź jest twierdząca (H. Reiter)

24. III. 78 Stan Hartman

(824) Powiemy, że zbiór domknięty $F \subset \mathbb{R}$ ma syntezę spektralną (w sensie słabym) w algebrze $A(\tilde{\mathbb{R}})$ funkcji prawie okresowych z absolutnie zbieżnym szeregiem Fouriera, jeśli dla każdego $f \in A(\tilde{\mathbb{R}})$ i $\varepsilon > 0$ z tego, że $f(t) = 0$ dla wszystkich $t \in F$ wynika istnienie takiego odcinka $I \ni 0$ i takiej funkcji $g \in A(\tilde{\mathbb{R}})$, że $g(t) = 0$ dla $t \in F + I$ i $\|g - f\|_{A(\tilde{\mathbb{R}})} < \varepsilon$. Czy każdy zbiór F mający syntezę spektralną w $A(\tilde{\mathbb{R}})$ w sensie słabym ma ją także w sensie mocnym, t.zn. czy wtedy zamiast odcinka I można tu wziąć pewne słabe otoczenie zera czyli otoczenie w topologii indukowanej z kompaktyfikacji Bohra ($\tilde{\mathbb{R}}$) linii prostej?

(por. P 803)

Wrocław, 10.III.1969

Stan Hartman

---

(825) Ernest Płonka udowodnił ostatnio, że istnieje grupa nieabelowa, która jest algebrą symetryczną, tj. ma układ działań podstawowych symetrycznych x). Grupą taką jest mianowicie S_3, a w otrzymanym układzie symetrycznych działań podstawowych jedno jest trójargumentowe. Powstaje więc nowe pytanie, czy istnieje grupa nieabelowa, będąca algebrą binarnie symetryczną, tj taka, dla której istnieje układ działań podstawowych symetrycznych i binarnych?

Wrocław, 10-III.1969

Edward Marczewski

x) Jest to rozwiązanie zagadnienia 762 z NKsSzk (= P619 z Coll. Math. XVII.2, 1967, str. 369.)

---

(826) S. Braunówna udowodniła w 1937, że zbiór domknięty płaszczyzny można zuniformizować przez zbiór typu G_δ. Rogers i Willmott wykazali w 1968, że w twierdzeniu tym oś X można zastąpić przez dowolną przestrzeń metryczną, a oś Y przez

ad 828. Każdy λ-dendroid jest granicą odwrotną pewnego ciągu dendrytów skończonych.

J.J. Ch., 7.10.69.

ad 829. Nie. $X = \{p : p = (x,y,z),\ x^2+y^2+z^2 = 1,\ z \geq \varepsilon > 0\}$

z metryką po dużych kołach. Kule $Q(p,\varepsilon)$ są wypukłe.

A = Łuk dużego koła ~~łączący punkty~~ $A = X \cap \pi(OXZ)$

$Q(A,\eta)$ nie jest wypukłe dla dostatecznie małych η.

[signature] 11. XI. 1969 r.

przestrzeń metryczną σ-zwartą. Czy twierdzenie pozostaje prawdziwe, gdy Y jest przestrzenią zupełną? (Ew. także ośrodkową)

Wrocław, 10.III.69 Edward Marczewski

---

(827) Czy każda przestrzeń metryczna, ośrodkowa, (spójna) i dziedzicznie lokalnie spójna (tj. której każdy podzbiór spójny jest lokalnie spójny) ma wymiar ≤ 1? A jeśli tak, to czy każdą taką przestrzeń można uzwarcić do kontinuum dziedzicznie lokalnie spójnego?

Wrocław, 11 marca 1969 r. Roman Duda

---

(828) Scharakteryzować te systemy odwrotne dendrytów, których granice są dendroidami (λ-dendroidami). W szczególności, czy każdy dendroid (λ-dendroid) można przedstawić w postaci granicy odwrotnej dendrytów?

Wrocław, 11 marca 1969 r. Roman Duda

---

(829) Niech X będzie kontinuum metrycznym ściśle wypukłym, bez rozgałęzień i mającym tę własność, że dla każdego punktu $p \in X$ i każdego $\varepsilon > 0$ kula $Q(p,\varepsilon) = \{x \in X : \rho(p,x) \leq \varepsilon\}$ jest wypukła. Czy prawdą jest wówczas, że dla każdego podkontinuum wypukłego $A \subset X$ i każdego $\eta > 0$ również kula $Q(A,\eta) = \{x \in X : \rho(x,A) \leq \eta\}$ jest wypukła?

Wrocław, 11 marca 1969 r. Roman Duda

od 837. Nie. Przykład podał W. P. Bełkin (О полугруппах с суммируемыми эндоморфизмами, Алгебра и логика, Семинар 6 (1967) вып 1 str. 9-14.

KGŚ,

(830) Wiadomo (p. C. Kuratowski, Topologie II, M. M. 21, 1961, str. 184, twierdzenie Mazurkiewicza - Moore'a - Mengera), że każda przestrzeń metryczna zupełna, spójna i lokalnie spójna jest łukowo lokalnie spójna.

Czy można założenie zupełności i spójności zastąpić płaskością i łukową spójnością? Innymi słowy, czy każdy zbiór płaski łukowo spójny i lokalnie spójny (który niekoniecznie jest G_δ) jest lokalnie łukowo spójny?

Wrocław, 18 marca 1969 r. Bronisław Knaster

---

(831) Scharakteryzować te miary ciągłe μ na ~~z~~ grupie abelowej lokalnie zwartej G, dla których transformata Gelfanda $\hat{\mu}$ ma nośnik zwarty w przestrzeni regularnych ideałów maksymalnych $\mathfrak{M}(M_c(G))$ ~~de~~ algebry $M_c(G)$ wszystkich miar ciągłych na G.

Wrocław, 13-go czerwca 1969. Stan Hartman

---

(832) Niech $K_{x,y}$ będzie dystrybucją na $R^n \times R^n$, przy czym zakładamy, że $K_{x,y}$ jest C^∞ względem x i przy każdym ustalonym x_0, $K_{x_0,y}$ należy do $\mathcal{E}'_y$. Wtedy można określić splot

$$Tu = \int K_{x,x-y}\, dy$$

gdzie $u \in \mathcal{D}'(R^n)$ a całka ma znaczenie czysto symbolicznie.

Pytanie: Kiedy $Tu \in \mathcal{E}$ implikuje $u \in \mathcal{E}$, dla każdego $u \in \mathcal{D}'$, tzn. kiedy operator splotowy T jest hipoeliptyczny?

Wrocław, 14 czerwca 1969 Zbigniew Zieleźny

---

(833) Łatwo pokazać (patrz K. Głazek „Uzupełnienie do artykułu «Uwagi o ideałach w półpierścieniach»" Zeszyty Naukowe WSP w Opolu Matematyka V (1967) str. 217-219), że jeśli półgrupa $(S, +)$ jest medialna tzn $x+y+z+v = x+z+y+v$ $(x, y, z, v \in S)$, to zbiór jej endomorfizmów jest półpierścieniem.

Czy zachodzi twierdzenie odwrotne tzn. czy jeśli zbiór endomorfizmów jakiejś półgrupy S jest półpierścieniem, to S jest medialna?

Zagadnienie można zredukować do następującego: Czy w półgrupie S (co najmniej trzyelementowej) dla zadanych $a, b, c, d \in S$ $(b \neq c)$ istnieją endo- ... →

P 835 umieszczone także w pracy J. Hartman i C. Ryll-Nardzewski, Quelques résultats et problèmes en algèbre des mesures continues, Colloq. Math. 22.

Nie (Colin Graham)

możemy f, g oraz elementy $a', b' \in S$ takie, że

$a = f(a')$, $b = g(a')$, $c = f(b')$, $d = g(b')$?

Kazimierz Głazek

Wrocław 19 VI 1969.

---

(834) Niech S oznacza powierzchnię zamkniętą w R_3 (elipsoida jest taką powierzchnią). Jest jasne, że można każdą parę AB punktów połączyć drogą po S; interesuje nas najkrótsza taka droga AB. Mając A można zawsze znaleźć do A najdalsze B. Nazywamy białymi punkty najdalsze. Przykład: na sześcianie klasycznym wybierzmy A na środku ~~sześcianu~~ krawędzi; najdalsze B jest od A odległe o $2 \cdot 007$ (zakładamy, że krawędź $= 1$). Tym sposobem punkty na S dzielimy na białe, to znaczy najdalsze, i czarne (to znaczy niebiałe). (Tak np. środek krawędzi sześcianu jest czarny*). —

H Steinhaus

Wrocław, 24. VI. 1969.

Interesuje ta czarnobiała dualność na modelach. Czy są modele, które są „$C > B$"? Czy są $C \approx B$? Czy są $C < B$?

H.S. 29/VI 69

---

(835) Czy istnieje miara ciągła μ na kole, której transformata Fouriera $\hat{\mu}$ spełniałaby dla nieskończenie wielu $n \in \mathbb{Z}$ nierówność $|\hat{\mu}(n)| \geq \delta > 0$, a dla wszystkich pozostałych $n \in \mathbb{Z}$ równość $\hat{\mu}(n) = 0$?

Wrocław, 6 X. 1969

[illegible]

(836.) В задачах теории надёжности и теории массового обслуживания возникают задачи следующего типа: найти экстремальные значения функционала $A[F_1(x), F_2(x), \ldots, F_n(x)]$, определенного на классе функций распределения. На функции распределения $F_k(x)$ могут быть наложены те или иные ограничения. Построить теорию решения таких экстремальных задач.

5. XI. 69

Б. Гнеденко

837. Случайные величины

$$\xi_{n1}, \xi_{n2}, \dots, \xi_{nk}, \dots$$

при каждом n взаимно независимы и при некоторых k_n функции распределения сумм

$$S_n = \xi_{n1} + \xi_{n2} + \dots + \xi_{nk_n}$$

сходятся к предельной. Целочисленные случайные величины ν_n независимы от ξ_{nk}, $k=1,2,3,\dots$ и таковы, что

$$P\left\{ \frac{\nu_n}{k_n} < x \right\} \longrightarrow A(x),$$

где $A(x)$ – функция распределения. Спрашивается, существует ли предельное распределение для сумм

$$\zeta_n = \xi_{n1} + \xi_{n2} + \dots + \xi_{n\nu_n} \qquad (n \to \infty)?$$

~~[illegible]~~ Для случая $P\{\xi_{nk} < x\} = F_n(x)$ решение положительно.

5. XI. 69 Б. Гнеденко

838. Let $g(z)$ be a generalized prob. generating function of the form $g(z) = \int_0^\infty z^x \, dG(x)$, where $G(x)$ is a prob. distribution function, $G(0) = 0$, $G(+0) < 1$. Does it follow from the equality $g(\omega_1(t)) \equiv g(\omega_2(t))$ $(-\infty < t < \infty)$, where $\omega_1(t)$ and $\omega_2(t)$ are infinitely divisible characteristic functions, that $\omega_1(t) \equiv \omega_2(t)$ $(-\infty < t < \infty)$?

Wroclaw, 6. 11. 69 B. Freyer – D. Szász

839. Denote by $Q_\xi(h)$ the concentration function of the random variable ξ, defined by $Q_\xi(h) = \sup_{-\infty < x < +\infty} P\{x \le \xi \le x+h\}$. Let $\xi_1, \dots, \xi_n, \dots$ be independent, identically distributed random variables, such that $M|\xi_n|^\alpha = \infty$ $(0 < \alpha \le 2)$, and denote $\eta_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Is it true that $Q_{\eta_n}(h) = O\left(\frac{1}{n^{1/\alpha}}\right)$?

Wroclaw, 6. 11. 69. D. Szász

(840). Czy dla każdego ciągu liczb całkowitych $\{n_k\}$ $(-\infty < k < \infty)$ istnieje taki ciąg prawie okresowy $\{\varphi(m)\}$ $(-\infty < m < \infty)$, że $\varphi(n_k) = 0$ lub 1 i że obie te wartości przyjęte są dla nieskończenie wielu k?

Wrocław, 6. V. 70

Stan Hartman

(841) Let l_2 be the usual separable Hilbert space and let $\varepsilon : l_2 \to R$ be a real-valued continuous function such that $\varepsilon(x) > 0$ for each $x \in l_2$. Does there exist a diffeomorphism (C^∞) $h : l_2 \times l_2 \to l_2$ such that $\| h(x,y) - x \| < \varepsilon(x)$, for each $(x,y) \in l_2 \times l_2$? ~~More generally, does there exist~~ Note that there exists a diffeomorphism (even a linear isomorphism) from $l_2 \times l_2 \to l_2$. ~~but in general the natural diff~~

Wrocław 30 V 70

David W. Henderson

(842) Does every infinite-dimensional metrizable, topological vector space F have the following properties: (a) F is homeomorphic to $F \times F$, (b) There exists a homeomorphism $h : F \longrightarrow h(F) \subset F^\omega = F \times \dots \times F \times \dots$ ($\aleph_0$ times) such that (i) $h(F)$ is a linear subspace of F^ω (ii) $h(F) \supset F_f^\omega \equiv \{\{x_i\} \in F^\omega \mid x_i = 0$ except for finitely many $i\}$, and (iii) $(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots) \in h(F)$ implies that $(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, x_i, x_{i+2}, \dots) \in h(F)$, for each i? Much of the theory of infinite dimensional manifolds is true for such spaces. The example $F = (l_2^f \times l_2)$ shows that in general $h(F)$ will ~~not~~ be unequal to both ~~either~~ F^ω and F_f^ω. ($l_2^f = \{\{x_i\} \in l_2 \mid x_i = 0$ except for finitely many $i\}$.)

Wrocław 30 V 70

David W. Henderson

(843) Mazurkiewicz (FM 5, 1924, s. 137-146) rozwiązał zagadnienie Kuratowskiego i moje (FM 1, 1920, s. 223) przez udowodnienie, że krzywa zamknięta zwykła jest jedynym kontinuum lokalnie spójnym na płaszczyźnie, które jest jednorodne, czyli dające się dla każdej pary swych punktów a, b tak odwzorować na siebie homeomorficznie, żeby punkt a przeszedł na punkt b. Dopiero w 1958 r. Anderson dowiódł (Ann. of Math. 67, s. 313-327), że w przestrzeni istnieje jeszcze inne kontinuum lokalnie spójne jednorodne 1-wymiarowe, mianowicie jest nim krzywa uniwersalna Mengera z 1926 r. (p. jego Kurventheorie, Lipsk-Berlin 1932, s. 345-360) czyli zawierająca obrazy homeomorficzne każdej krzywej (tj. kontinuum metrycznego 1-wymiarowego). Jest ona w sześcianie odpowiednikiem tego, czym krzywa zwana dywanem Sierpińskiego (CR Paris 162, 1916, s. 629) jest w kwadracie.

Na mocy twierdzenia Mengera i Nöbelinga (p. Kuratowski, Topologie II, Warszawa 1961, s. 70) zbiór N_n wszystkich punktów kostki $(2n+1)$-wymiarowej mających co najwyżej n współrzędnych wymiernych zawiera obrazy homeomorficzne wszystkich przestrzeni metrycznych ośrodkowych co najwyżej n-wymiarowych, więc - co jest równoważne na mocy twierdzenia Hurewicza o uzwarcaniu (Proceed. Amsterdam 30, 1927, s. 425) - wszystkich kontinuów co najwyżej n-wymiarowych. Nasuwają się następujące potrzeby:

(1) Zbudować w kostce $(2n+1)$-wymiarowej J^{2n+1} dla każdego naturalnego $k < 2n+1$ dywan k-wymiarowy $T_{k,2n+1}$ dzieląc ją na 3^{2n+1} mniejszych kostek, wyrzucając wnętrza niektórych z nich, odpowiednio dobranych, i powtarzając to postępowanie w każdej z pozostałych itd. ad infinitum.

(2) Dowieść, że tak otrzymany dywan k-wymiarowy jest kontinuum zawierającym jako swą część gęstą obraz homeomorficzny zbioru $N_{k,2n+1}$ wszystkich punktów kostki J^{2n+1} mających co najwyżej k współrzędnych wymiernych.

(3) Zbadać, przez analogię z dywanem $T_{1,2}$ Sierpińskiego dla wszelkich naturalnych k, m i n takich, że $k < m < 2n+1$, czy dywan $T_{k,m}$ jest uniwersalny dla przestrzeni metrycznych ośrodkowych k-wymiarowych, leżących w J^m.

(4) Zbadać, dla jakich $k = 2, 3, \ldots$ i $n = 2, 3, \ldots, \aleph_0$ dywany $T_{k,2n+1}$ są jednorodne, jeśli takie istnieją.

Nagroda: publikacja.

Wrocław, 1 czerwca 1970 r. Bronisław Knaster

(844) Niech $\mathcal{DC}$ będzie (schematem) aksjomatu wyborów zależnych: $(n)(Ef)A(n,f) \to (Eg)A(n,g^{(n)})$ [tutaj f przebiega funkcje o argumentach i wartościach naturalnych a $f^{(n)}(x) = f(2^n(2x-1))$]. Niech S będzie następującą formą zasady szufladkowej: jeśli rodzina dobrych porządków zbioru liczb naturalnych jest podzielona na przeliczalną ilość części definiowalnych, to jedna conajmniej z tych części zawiera dobre porządki o dowolnie wysokich typach.

Obie te zasady są sformułowane w języku arytmetyki drugiego rzędu.

Problem: czy z S wynika (na gruncie aksjomatów arytmetyki 2-go rzędu) zasada $\mathcal{DC}$?

Uwaga dla pedantów: S można sformalizować j. n.:

$$(f)[Bord(f) \to (En)A(n,f)] \,\&\, (n,m)\{n \neq m \to (f)[A(n,f) \to \neg A(m,f)]\}$$
$$\to (En)\,(g)\{Bord(g) \to (Ef)[Bord(f) \,\&\, g < f \,\&\, A(n,f)]\};$$

tutaj $A(n,f)$ jest formułą arytmetyki 2-go rzędu, $Bord(f)$ formułą mówiącą, że f jest dobrym porządkiem zbioru liczb naturalnych, a $g < f$ – formułą mówiącą, że typ dobrego porządku g jest mniejszy niż typ f.

(podczas doktoratu LP) 18.VI.70 ?

Andrzej Mostowski

(845) Jedną z żywo ostatnio badanych konkretnych siatek (=lattice) jest siatka wszystkich topologii na ustalonym zbiorze. Kresem dolnym rodziny topologii $\{\mathcal{O}_s\}_{s\in S}$ jest ich przekrój $\bigcap_{s\in S}\mathcal{O}_s$, natomiast kresem górnym najmniejsza topologia zawierająca sumę $\bigcup_{s\in S}\mathcal{O}_s$. Dotychczasowe wyniki wskazują, że jest to siatka bardzo duża i bardzo złożona. Czy każdą siatkę można zrealizować jako podsiatkę siatki wszystkich topologii na pewnym zbiorze?

Roman Duda

Wrocław, 15 lipca 1970 r.

(846)

Рассматривается последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин $\xi_1, \xi_2, \dots$. С помощью констант $B_n > 0$ и A_n образуются суммы

$$\zeta_n = \frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{B_n} - A_n .$$

Известно, что $P\{\zeta_n < x\} = F_n(x) \longrightarrow \Phi(x)$ (слабая сходимость) для всех $x > 0$; $\Phi(x)$ – стандартное нормальное распределение. Спрашивается: будет ли иметь место сходимость $F_n(x) \to \Phi(x)$ для каждого $x < 0$?

Комментарий: Предположительный ответ – да. Аналогичный и более сложный вариант вопроса в случае положительного ответа. Если $F_n(x) \to \Phi(x)$ при $n \to \infty$ для каждого $x \in A$, то каким должно быть множество A, чтобы отсюда следовала сходимость $F_n(x) \to \Phi(x)$ для каждого $x \in \bar{A}$?
Второй вариант вопроса: Для каких предельных распределений будет наблюдаться подобное "аналитическое продолжение"?

В. М. Золотарев.

(847) Является ли логарифмически нормальный закон безгранично делимым?

Замечание. В теории перемножения независимых случайных величин появляется ~~[illegible]~~ свой класс $\mathfrak{M}$ безгранично делимых законов аналогичный хорошо известному в теории суммирования независимых случайных величин классу $\mathfrak{J}$. Известно*), что класс распределений $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{J}$ не пуст (например, в него входит нормальный закон со средним значением 0). Интересен вопрос описания класса $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{J}$. Поставленный выше ~~[illegible]~~ вопрос имеет отношение к созданию методов описания этого класса.

В. М. Золотарев

*) to wynik jego własny

Problem

Oh

In the space l_1 of absolutely summable sequences of real numbers we consider O-convergence. That is, a sequence of elements $x_n = (\xi_{n1}, \xi_{n2}, \ldots) \in l_1$ converges to $x = (\xi_1, \xi_2, \ldots) \in l_1$ if and only if it converges coordinatewise (i.e., $\xi_{ni} \xrightarrow{n} \xi_i$ for each i) and, moreover, is bounded by some element $b = (\beta_1, \beta_2, \ldots) \in l_1$ (i.e., $|\xi_{ni}| \leq \beta_i$ for each i). We say that a sequence of elements $x_n \in l_1$ is a Cauchy sequence if for each strictly increasing sequence p_n of positive integers the sequence of differences $x_{p_{n+1}} - x_{p_n}$ converges to 0. Is every Cauchy sequence convergent?

Jan Mikusiński

(848) Существует ли вещественнозначный функционал V обладающий следующими свойствами.

1. $V(f)$ определен на множестве всех характеристических функций $f(t)$ вероятностных распределений (множество $\mathfrak{F}$).
2. $V(f_1 f_2) = V(f_1) + V(f_2)$ для любых $f_1, f_2 \in \mathfrak{F}$.
3. $V(e^{it\lambda}) = \lambda$
4. $V(f_n) \to V(f)$ при $n \to \infty$, если $f_n, f \in \mathfrak{F}$ и $f_n(t) \to f(t)$, для каждого вещест. t.
5. $V(\bar{f}) = -V(f)$, $\bar{f}$ — сопряженное значение к f.

Замечание. Не исключено, что такой функционал, если он существует, может быть представлен в следующей форме

$$V(f) = 2\int_0^1 \operatorname{Im} \log f(t)\, dt$$

(при этом возникает необходимость дополнительно уточнять, что понимается под $\operatorname{Im} \log f(t)$ для $t > t_0$, если $|f(t_0)| = 0$).

В. М. Золотарев.

(849) Построить аналог теоремы Jessen-Wintner о том, что бесконечная свертка дискретных распределений может быть только "чистым" распределением, ~~при следующих условиях:~~ относящийся к бесконечной свертке сингулярных распределений.

Пусть $F = F_1 * F_2 * \dots$ — сходящаяся бесконечная свертка. Известно, что все свертки вида $F_{i_1} * F_{i_2} * \dots * F_{i_k}$, где $i_1 < i_2 < \dots < i_k$, $k = 1, 2, \dots$ являются сингулярными распределениями (т.е. непрерывными, но без абсолютно непрерывной составляющей). Доказать, что F является или чисто сингулярной или чисто абсолютно непрерывной.

В. М. Золотарев.

850 Wroclaw le 3.11.70

Existe-t-il un ensemble d'entiers ~~sur~~ positifs, $E = (n_k)$, $n_k < n_{k+1}$, avec les propriétés a) Il existe une constante $C > 0$ telle que, pour tout $p \geq 1$ on puisse trouver une mesure bornée μ sur le Tore, ~~μ~~ dont la transformée de Fourier $\hat{\mu}$ vérifie $\begin{cases} \hat{\mu}(n_k) = 1 & (1 \leq k \leq p) \\ \hat{\mu}(n_k) = 0 & (k > p) \end{cases}$ avec $\|\mu\| \leq C$.

b) Il existe une ~~toute~~ fonction bornée sur E qui n'est pas prolongeable sur $\mathbb{Z}$ en ~~une~~ la transformée de Fourier ~~de mesure~~ d'une mesure sur le Tore?

J.F. MÉLA

851 quels sont les ensembles d'entiers positifs $E = (n_k)$, $n_k < n_{k+1}$, ~~pour lesquels~~ qui ont la propriété que, pour toute mesure μ bornée sur le Tore, ~~il existe une mesure~~ on puisse trouver une mesure ν bornée sur le Tore, telle que $\hat{\mu}(n_{k+1}) = \hat{\nu}(n_k)$ $(k > 0)$?

J.F. MÉLA

852 Existe-t-il un ensemble d'entiers positifs $E = (n_k)$, $n_k < n_{k+1}$ tel que toute fonction bornée sur E ~~est~~ soit prolongeable sur $\mathbb{Z}$ en la transformée de Fourier d'une mesure ~~positive~~ bornée sur le Tore mais ne soit pas toujours prolongeable en la transformée de Fourier d'une mesure positive?

J.F. MÉLA

853 - ~~[illegible]~~ Soit $E = (n_k)$ un ensemble d'entiers positifs. On ~~[illegible]~~ suppose qu'il existe un compact K du Tore tel que toute fonction bornée sur E est prolongeable ~~[illegible]~~ sur $\mathbb{Z}$ en la transformée de Fourier d'une mesure à support dans K. Cette propriété demeure-t-elle vraie ~~si l'on ajoute à l'ensemble E un [illegible] ensemble fini~~ pour la réunion de E et d'un ensemble fini d'entiers? (La réponse est oui ~~pour~~ si K est un intervalle.)

J.F. MÉLA

(854) By a theorem of Nemitskii and Stepanov the necessary and sufficient condition for a set to be the minimal set of a uniformly almost periodic flow is that it is a connected separable Abelian group. In 1940 Kodaira and Abe showed that if such a group is of $n-1$ dimensions and embedded in $\mathbb{R}^n$, then it is an $n-1$ dimensional torus. Does this remain true without the hypothesis of almost periodicity? By Denjoy's irregular case on the torus it seems necessary to assume that the minimal set contains a neighbourhood homeomorphic to a unit $n-1$ dimensional ball. In particular does it remain true for solutions of autonomous systems of differential equations in n dimensions if the minimal set of a solution contains an $n-1$ dimensional cylinder formed by the product of a small $n-2$ dimensional ball and in the plane normal to the solution through the centre of the ball and an interval of length 1 of all solutions through points of the ball? This is true for $n=2$ where the ball reduces to a point. Is it true for $n > 2$, & if it is true for $\mathbb{R}^n$ is it true for other n dimensional manifolds?

(855) If $n=4$, is there an almost periodic flow whose minimal set has dimension 2 which is <u>not</u> contained in the direct product of a van Dantzig solenoid and a circle? In particular is there a system of autonomous equations in 4 dimensions which has a uniformly almost periodic solution of the form

$$x = \varphi(t) \sim \sum A_\nu e^{i(r_1^{(\nu)}\lambda_1 + r_2^{(\nu)}\lambda_2)t}, \quad \lambda_1/\lambda_2 \text{ irrational}$$

where $r_s^{(\nu)} = \dfrac{p_s^{(\nu)}}{q_s^{(\nu)}}$, $p_s^{(\nu)}$ and $q_s^{(\nu)}$ being integers prime to one another, and <u>both</u> $\limsup_{\nu\to\infty} q_1^{(\nu)} = \infty$ <u>and</u> $\limsup_{\nu\to\infty} q_2^{(\nu)} = \infty$.

Mary L. Cartwright
6. 11. 70

ad 1)
Nie
14 III 72 r. [illegible]

858 Ogólnie nie. Tzn. suma systemu algebr z EIS może nie mieć wł. EIS. Jednakże jeśli komponenty należą do tej samej klasy równościowej spełniającej mocno-nieregularną równość, oraz spełniają EIS to ich suma (w sensie wprowadzonym przez J. Płonkę) też spełnia EIS. Por. E. G & F. P. "Marczewski Independence in Płonka Sums"; Math. Japonica 27, No 1 (1982) p. 49-61

E. Graczyńska

V a także odległość każdych dwóch punktów z E jest liczbą wymierną.

860 Tak, nawet ogólniej (list W.R.R. Transue z 27 III 1973 do redakcji Coll. Math.): jeśli M jest przestrzenią metryczną ośrodkową, a $D \subset M$ przeliczalny gęsty, to istnieje metryka ρ na M, zgodna z topologią i taka, że $\rho(x,y)$ wymierne dla wszystkich $x, y \in D$.*

Dowód. Możemy przyjąć, że $M = \bar{D} \subset I^{\aleph_0}$ (kostka Hilberta) i że $D \subset D'$, gdzie D' przeliczalny i gęsty w $I^{\aleph_0}$.

Niech E będzie zbiorem tych punktów $p \in I^{\aleph_0}$, których wszystkie współrzędne są wymierne i tylko skończenie wiele jest $\neq 0$. Oczywiście, E jest przeliczalny i gęsty w $I^{\aleph_0}$ V

Kostka Hilberta jest jednorodna ze względu na podzbiory przeliczalne (M.K. Fort, Jr.; Pacific J.M. 12 (1962), 879-884), a zatem istnieje homeomorfizm $h: I^{\aleph_0} \to I^{\aleph_0}$ taki, że $h(D') = E$.

Definiujemy

$$\rho(x,y) = d(h(x), h(y)) \quad , \quad x, y \in D,$$

gdzie d jest metryką w $I^{\aleph_0}$, a następnie (por. F. Hausdorff, Fund. Math. 16 (1930), 353-360) rozszerzamy ρ na całe M.

Przepisał Roman Duda, 6 V 1973.

Если в E^n для любого n существует счетное всюду плотное подмножество A ~~[illegible]~~ с рациональными расстояниями между любыми двумя точками из A, тогда ответ на вопрос 860 утвердителен.

М.А. Штанько
6/XII-72 г.

Y X d

are = is metric (bis)

introduces

Dense lub $\bar{Y} = X$

gęste

rational

„=" = „is"

* Niezależnie nieco prostszy dowód tego twierdzenia podał R. Engelking w Topics in Topology, Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai, 8, str. 241

Z. Lipecki, 15 X 1975

(856) Czy każdy redukt algebry Boole'a ma arność conajwyżej 3? Czy każdy jej redukt idempotentny ma tę własność? (Wiadomo, że ~~minimalny~~ maksymalny redukt idempotentny nietrywialnej algebry Boole'a ma arność 3 – praca złożona do druku w CM)

J. Płonka

12. II. 1971

(857) Czy każdy redukt algebry o własności EIS (własność wymiany ~~elementów nie~~ zbiorów niezależnych) ma ją także?

J. Płonka

(858) Czy suma systemu prostego algebr o własności EIS ma tę własność?

12 II 1971

J. Płonka

(859) Dla zbioru $E \subset \mathbb{Z}$ oznaczamy przez $B(E)^-$ jednostajne domknięcie algebry $B(E)$ ~~algebry~~ zwężeń $\hat{\mu}|_E$ transformat Fouriera miar μ na kole. Zbiór $E \subset \mathbb{Z}$ nazywa się zbiorem I_0, jeśli każda funkcja ograniczona na E da się rozszerzyć do funkcji prawie okresowej na $\mathbb{Z}$. Czy istnieje zbiór E, który nie jest I_0, ale ma tę własność, że każda funkcja z $B(E)^-$ daje się rozszerzyć do funkcji prawie okresowej?

15 II 1971

Stan Hartman

(860) If (X, ρ) is a compact connected (separable) metric space, are there a ρ' metric, which introduce the same topology of X, and a dense subset Y, $Y \subset X$, $\overline{Y} = X$, such that for every two elements $z, w \in Y \Rightarrow \rho'(z, w) =$ a racional number.

5. VI. 1971.

Péter Hamburger.

R 1 The answer is negative if $|X| = \aleph_0$. Indeed, let $\mathcal{A} = \{A_j : j \in \mathcal{J}\}$ be an uncountable family of pairwise almost disjoint infinite subsets of X (i.e. $|A_{j_1} \cap A_{j_2}| < \aleph_0$ whenever $j_1, j_2 \in \mathcal{J}$ and $j_1 \neq j_2$)*. Then any ultrafilter $\mathcal{U} \supset \mathcal{L}_F$ on X contains at most one element of $\mathcal{A}$. Hence, if $\mathcal{U}_i \supset \mathcal{L}_F$ is an ultrafilter for $i = 1, 2, \ldots$, then there exists an $j_0 \in \mathcal{J}$ with $A_{j_0} \notin \bigcup \{\mathcal{U}_i : i = 1, 2, \ldots\}$, so that $X \setminus A_{j_0} \in \bigcap \{\mathcal{U}_i : i = 1, 2, \ldots\}$.

The answer is positive if $|X| > \aleph_0$. Indeed, let $\mathcal{S}$ be the family of all countable infinite subsets of X. For any $A \in \mathcal{S}$ choose an ultrafilter $\mathcal{U}_A$ such that $\mathcal{L}_F \cup \{A\} \subset \mathcal{U}_A$. Then $\mathcal{L}_F^* = \bigcap \{\mathcal{U}_A : A \in \mathcal{S}\}$.

Z Lipecki, 12 VI 1974

* See W. Sierpiński, Sur une décomposition d'ensembles, Monatshefte für Mathematik und Physik 35 (1928), p. 239-242

D'implications

générales

(861) Let $\mathcal{L}_F$ be the filter of finite complements on X. Can $\mathcal{L}_F$ be written as the intersection of $|X|$ ultrafilters on X. What is ^that^ can one express

$$\mathcal{L}_F = \cap [\mathcal{U}_i : i \in I]$$

where the $\mathcal{U}_i$ are all ultrafilters on X and the cardinal number of I is equal to the cardinal number of X.

June 29, 1971 W. J. THRON

(862) Let L be an algebraic lattice. Does there exist a groupoid G such that L is isomorphic to the congruence lattice of G? J. JEŽEK

October 29, 1971

(863) Soit $\mathcal{C}$ la catégorie des ~~alge~~ systèmes relationaux dans lesquels ~~est~~ vérifiée une famille des implications. On demande si dans la catégorie $\mathcal{C}$ les images générales existent et si on peut caractériser les familles épimorphes

Le 29 Octobre 1971 V. E. CĂZĂNESCU

(864) Let Δ be the similarity type of universal algebras with exactly two unary operation symbols f_1 and f_2. Let $s_1, \dots, s_n$ be an arbitrary finite sequence composed of these two symbols. Denote by $\mathfrak{A}_{s_1,\dots,s_n}$ the primitive class of all algebras satisfying $s_1(s_2(\cdots(s_n(x))\cdots)) = x$. Is it true that in any case the number of all ~~≠~~ minimal primitive classes contained in $\mathfrak{A}_{s_1,\dots,s_n}$ is

either 1 or 2 or $2^{\aleph_0}$?

October 29, 1971 J. JEŽEK

865

Niech M będzie rozmaitością różniczkowalną, Riemannowską ~~zwartą~~, paralelizowalną, $P = T^*(M)$ (wiązka ko-styczna). Niech $V \in C^\infty(M)$ zaś $S(\alpha, x)$ będzie całką zupełną równania Hamiltona-Jacobiego:

$$|\operatorname{grad}_x S(\alpha, x)|^2 + V(x) = E(\alpha) = \text{const}$$

Jaki warunek musi spełniać funkcja $R(\alpha)$, aby funkcja

$$\Psi(x) = \int R(\alpha)\, e^{iS(\alpha, x)}\, d\alpha$$

dała się przedstawić również w postaci

$$\Psi(x) = \int R'(\beta)\, e^{iS'(\beta, x)}\, d\beta$$

dla dowolnej ~~innego~~ innej całki zupełnej $S'(\beta, x)$

3.XII.1971

J. Kijowski

Pytanie pierwsze ma odpowiedź negatywną trywialną (dla ośrodków jednopunktowych)

[ ] [ ] Zbędne

29. V. 72 Hart

(866)

On dit qu'un compact $K \subset \mathbb{R}$ est associé à un ensemble Λ de nombres réels si, quelle que soit la mesure bornée $\mu \in M(R)$, il existe une mesure ν à support dans K telle que, pour les transformées de Fourier $\hat{\mu}$ et $\hat{\nu}$, on ait $\hat{\mu}(\lambda) = \hat{\nu}(\lambda)$ ($\lambda \in \Lambda \setminus \Lambda'$) où Λ' est un ensemble fini ne dépendant que de K.
Appelons K associé à Λ au sens restreint, si l'on peut choisir ν discrète (diffuse) si μ est discrète (diffuse). [Est-ce que tout compact associé à Λ est associé au sens restreint ?] Si Λ a un compact associé K, a-t-il également un compact K_1 associé au sens restreint ? [La première question est signifiante aussi pour $\mathbb{T}$ au lieu de $\mathbb{R}$ et pour $\Lambda \subset \mathbb{Z}$. La seconde le devient si l'on suppose K et $K_1 \neq \mathbb{T}$.] Si tout intervalle de $\mathbb{R}$ (de $\mathbb{T}$) est associé à un $\Lambda \subset \mathbb{R}$ ($\Lambda \subset \mathbb{Z}$), en est-il de même ~~au sens~~ dans le sens restreint ? *)

5. XII. 1971 — Stan Hartman

*) Cf. S. Hartman, The method of Grothendieck-Ramirez and weak topologies in $C(\mathbb{T})$, Studia Mathematica, à paraître.

S. H.

(867) Niech D oznacza przestrzeń funkcji prawostronnie ciągłych i mających granicę lewostronną w przedziale $[0,1]$ z topologią Skorochoda. Niech μ będzie miarą borelowską indukowaną na D przez jednorodny proces o przyrostach niezależnych. Udowodnić, że miara μ nie ma struktury hilbertowskiej, to znaczy nie istnieje podzbiór liniowy $H \subset D$, który jest 1°) μ-mierzalny, 2°) przestrzenią Hilberta względem μ-mierzalnego iloczynu skalarnego opisującego na H topologię mocniejszą od topologii Skorochoda 3°) $\mu(H) = 1$. ~~Odp~~ Dla miary Wienera odpowiedź jest pozytywna. (S. Kwapień i M. Gerynin)

8 XII 1971 — K. Urbanik

(868) Czy każdy podzbiór domknięty retraktu X absolutnego (AR) jest jego zbiorem punktów niezmiennych (tj. takich p, że $f(p)=p$) względem jakiejś funkcji ciągłej $f: X \to f(X) \subset X$?

1. III, 1972. Bronisław Knaster

(869) A subset K of a space X is called a *fixed point set* of X provided there exists a continuous mapping $f: X \to X$ such that K is precisely the set of fixed points of f. A continuum X is said to be *hereditarily unicoherent at a point* $p \in X$ provided for every point x of X there exists exactly one continuum $I(p,x)$ irreducible between p and x. A continuum X is said to be *smooth at a point* $p \in X$ if it is hereditarily unicoherent at p and if the condition $x = \lim_{n\to\infty} x_n$, where $x, x_n \in X$, implies $I(p,x) = \operatorname{Lim}_{n\to\infty} I(p,x_n)$.
Let $p \in K \subset X$, where X is a continuum, K is a closed subset of X, and X is smooth at p. Is then K a fixed point set of X?

L. E. Ward [Notices A.M.S. 19 (1972), No. 1, p. A-205, Abstract 691-54-35] has announced a positive answer to the above question provided that continuum X is arcwise connected and metric (i.e. X is a dendroid).

1. III. 1972 Janusz J. Charatonik

- Yes. Teoria Verojatnostej 1973 (18), 361-369 WAW.

(870) For what classes of maps $\mathcal{F}$ is it true that if M is a contractible (non-contractible) dendroid and f is in $\mathcal{F}$ with domain M, then $f(M)$ is a contractible (non-contractible) dendroid? It is easy to see, for example, that if $\mathcal{F}$ is the monotone mappings, then one can have M contractible and $f(M)$ non-contractible or M non-contractible and $f(M)$ contractible.

15. III. 1972

Ralph Bennett

(871) Czy każde continuum lokalnie spójne, położone w przestrzeni euklidesowej 3-wymiarowej E^3 i rozcinające E^3 daje się przekształcić w siebie w sposób ciągły bez punktów stałych?

25. IV. 1972.

Karol Borsuk

(872) Czy każdy dendroid ma kształt trywialny? Czy suma skończonej liczby dendroidów ma kształt płaski (t.j. ma kształt pewnego kompaktum położonego w płaszczyźnie)?

26. IV. 1972.

Karol Borsuk

(873) Let X be a Banach space. The gradient $g: S_X \to S_{X^*}$ of the norm in X is defined by the equality

$$g(x)\xi = \lim_{t \to 0} \frac{\|x+t\xi\| - \|x\|}{t}.$$

Does the gradient in L_p-spaces, $1<p<2$, satisfy Hölder's condition with exponent $p-1$.

28. IV. 1972

[illegible]

(874) Let A be a commutative complex Banach algebra with unit, $x_1, \dots, x_n \in A$ with $\inf\limits_{|z|=1} \sum |x_i z| > 0$.
Is it true that there is a commutative Banach algebra B and a unital isomorphism φ of A into B such that elements $\varphi(x_1), \dots, \varphi(x_n)$ generate in B the whole of B as an ideal.

28 V 72. W. Żelazko

(875) Czy następujące twierdzenie: „Jeżeli funkcja $x(t)$ ma pochodne $x^{(n)}(t)$, $n = 0, 1, \dots$, należące do $L^p(-\infty, \infty)$, $1 \le p < \infty$, to $\sup\limits_n \int_{-\infty}^{\infty} |x^{(n)}(t)|^p dt < \infty$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x(t)$ rozszerza się do funkcji całkowitej typu wykładniczego 1" jest prawdziwe dla funkcji $x(\cdot)$ zmiennej $t \in \mathbb{R}^n$? Jak udowodnić?

19. V. 72 [illegible]

(876) Let G_6 be the complete graph with 6 vertices piecewise linearly embedded in euclidean 3-space E^3. Are there always two disjoint simple closed polygons in G which are linked in some sense (homologically or homotopically)?

20. 5. '72 H. J. Bothe.

(877) Let P be a set, let G be a group of 1-1 mappings of P onto itself (with the mapping superposition as the binary operation). To give (in "suitable terms") necessary and sufficient conditions for the existence of a collection $\mathfrak{A} \subseteq \exp P$ ($\overset{\text{df}}{=} \{X \mid X \subseteq P\}$) such that

$$\text{(i)} \bigwedge_{A \in \mathfrak{A}} \bigwedge_{B \subseteq P} [A \subseteq B \Rightarrow B \in \mathfrak{A}],$$

$$\text{(ii)} \bigwedge_{B \subseteq P} [B \in \mathfrak{A} \Leftrightarrow \bigwedge_{A \in \mathfrak{A}} A \cap B \neq \emptyset], \quad \text{(iii)} \ G = G(\mathfrak{A})$$

where $G(\mathfrak{A})$ is the set of all 1-1 mappings of P onto P such that $\mathfrak{A} = g^{(2)}(\mathfrak{A})$ ($\overset{\text{df}}{=} \{\{g(x) \mid x \in A\} \mid A \in \mathfrak{A}\}$).

Remarks. Let $\overline{\mathfrak{A}} = \exp P \setminus \{P \setminus A \mid A \in \mathfrak{A}\}$ (for $\mathfrak{A} \subseteq \exp P$); evidently $\overline{\overline{\mathfrak{A}}} = \mathfrak{A}$. If (i) is satisfied, then $\overline{\mathfrak{A}} = \{B \mid B \subseteq P,\ A \cap B \neq \emptyset \text{ for every } A \in \mathfrak{A}\}$, and, hence, then (ii) is equivalent to the equality $\mathfrak{A} = \overline{\mathfrak{A}}$.

It is clear, that if (i) and (iii) are satisfied, then $G(\mathfrak{A})$ is a group such that for any $g \in G(\mathfrak{A})$ holds $P \setminus C \neq g^{(1)}(C)$ ($\overset{\text{df}}{=} \{g(x) \mid x \in C\}$) for every $C \subseteq P$ (i.e. – in other words –, there exist $k \geq 0$ and mutually distinct elements

$x_1, \dots, x_{2k+1} \in P$ such that $x_i = g(x_{i-1})$ $(i = 2, \dots, 2k+1)$, $x_1 = g(x_{2k+1})$).

Wrocław, 2.VI.1972. J. Hanák

(878)

Take finitely many finite automata $\mathfrak{A}_i$ $(i = 1, \dots, k)$. Find an algorithm to decide for a finite automaton whether or not it can be given as a homomorphic image of a subautomaton of an R-product of automata from $\{\mathfrak{A}_i \mid i = 1, \dots, k\}$.

August 25, 1972 F. Gécseg

(879)

Niech B będzie podalgebrą algebry $\mathfrak{A} = (A; F)$. ~~Opisać~~ Scharakteryzować kongruencje Θ na B ~~[illegible]~~ odpowiadające homomorfizmom $h: B \to A$.

W przypadku $B = A$ pewne wyniki o takich kongruencjach ma J. Varlet (patrz J. Varlet „Endomorphisms and fully invariant congruence in universal algebras" (to appear)). Nazywają się one również kongruencjami nuklearnymi.

K Głazek

(880)

Jakie ~~[illegible]~~ algebry uniwersalne $\mathfrak{A} = (A; F)$ mają tę własność, że dla każdej podalgebry $B \subset A$ istnieje homomorfizm h algebry $\mathfrak{A}$ w siebie taki, że $B = h(A)$.

K Głazek

(881)

Scharakteryzować półgrupy meromorfizmów (tj. homomorfizmów różnowartościowych w siebie) algebr uniwersalnych (Problem reprezentacji abstrakcyjnej i konkretnej)

K Głazek

Wrocław; 2 X 1972

[Problemy postawione przeze mnie na Szkole Letniej z algebry ogólnej i teorii

Są nierozkładalne kontinuach, T_2, mające 1 komponent. Wynik Bellamy'ego

? 23.III.77 Maćkowiak

(882) Dla jakich algebr $\mathfrak{A} = (A; \mathbb{F})$ istnieje endomorfizm $h: A \to C(\emptyset)$?

(Tak jest dla algebr Boole'a i dla algebr z dokładnie jedną stałą algebraiczną)

K. Głazek

2 X 1972 r.

(883) Does there exist a radical class $\mathbb{R}$ in the sense of Kurosh and Amitsur such that (i) the $\mathbb{R}$-radical of any ring A contains each one-sided $\mathbb{R}$-ideal of A, (ii) every one-sided ideal of an $\mathbb{R}$-ring is an R-ring, (iii) $\mathbb{R}$ contains the class of all Brown-McCoy radical rings, (iv) $\mathbb{R}$ is not the class of all associative rings?

6.06.1973. Richard Wiegandt

(884) A class $\mathbb{D}$ of topological spaces is called a disconnectedness, if (i) $X \subseteq Y \in \mathbb{D}$ implies $X \in \mathbb{D}$, ii) $\mathbb{D}$ is closed under taking cartesian products, (iii) if $f: X \xrightarrow{\text{onto}} Y$ is a continuous mapping such that $Y \in \mathbb{D}$ and $f^{-1}(y) \in \mathbb{D}$ for each $y \in Y$, then $X \in \mathbb{D}$. Do there exist two disconnectednesses $\mathbb{D}_1$ and $\mathbb{D}_2$ such that $\mathbb{D}_1 \cap \mathbb{D}_2$ is the class $\mathbb{D}_0$ of all totally disconnected spaces? $(\mathbb{D}_1, \mathbb{D}_2 \neq \mathbb{D}_0)$.

6.06 1973. A.V. Arhangel'skii and R. Wiegandt

(885) A <u>metric</u> continuum has 1, 3, or uncountably many composants. What numbers are possible for <u>Hausdorff</u> continua? Does there exist an indecomposable Hausdorff continuum with precisely 1 composant?

8. XI. 1973 George R. Gordh, Jr.

886) Let P be a compact connected polyhedron. What conditions on P insure that every P-like Hausdorff continuum is shape equivalent to a metric P-like continuum? (Every n-sphere and every n-torus has this property.)

8. XI. 1973 George R. Gordh, Jr.

887) ~~Jeśli~~ Niech zbiór $\Lambda \subset \mathbb{Z}$ ma taką własność, że jeśli dla miary μ na kole jest ~~$|\hat{\mu}|$~~ $\sup_{n \in \Lambda} |\hat{\mu}(n)| > 0$, to istnieje miara ν, dla której $\hat{\mu}(n)\hat{\nu}(n) = 1$ na Λ. Czy Λ jest zbiorem Sidona? Możliwy jest wariant tego problemu dla miar ciągłych.

19. XI. 1973 Stan Hartman

888) Niech zbiór zwarty $K \subset \mathbb{T}$ ma taką własność, że dla każdej pseudomiary P o nośniku w K ~~jest granicą jedności~~ transformata Fouriera $\hat{P}$ jest granicą jednostajnie zbieżnego ciągu $\{\hat{\mu}_n\}$, gdzie μ_n są miarami o nośniku w K. Czy prawdą jest, że K jest bądź zbiorem przeliczalnym bądź zbiorem Helsona z syntezą spektralną?

19. XI 1973 Stan Hartman

889) Dany~~ch~~ przestrzeni Banacha X o następującej własności

(*) Istnieje stała $C > 0$ taka że dla każdej n-wymiarowej podprzestrzeni E przestrzeni X,

$$\min\left(d(E, l_n^1), d(E, l_n^\infty)\right) \geq C\sqrt{n}$$

gdzie ~~[illegible] przestrzeń Hilberta~~

$$d(E,F) = \inf\{\|U\|\|U^{-1}\| : U \text{ izomorfizm } E \text{ na } F\}.$$

Czy X jest izomorficzna z przestrzenią Hilberta

l_n^1 przestrzeń n-wymiarowa ciągów $(a_j)_{1\leq j\leq n}$ z normą $\sum_{j=1}^{n} |a_j|$

l_n^∞ " " " " $(a_j)_{1\leq j\leq n}$ " " $\max_{1\leq j\leq n} |a_j|$

7. XII 1973 Pełcz

Ad 831 The author of the problem has sent the following remark (Letter of May 27). The positive answer to b) implies the positive answer to a). This is a consequence of the fact that any associative algebra of compact quasi-nilpotent operators has a proper invariant subspace (an easy modification of the proof of Lomonosov's theorem).

Przepisał Z. Lipecki, 12 VI 1974

(890) 14. XII. 73

Let G be a topological abelian non-discrete group and let $\mu: \Sigma \to G$ be a G-valued non-atomic measure on the σ-field Σ. Find conditions (on μ or G) under which for each pair $a, b \in \mu(\Sigma) \subset G$ there exists a one-parameter subgroup (g_t), $t \in R$, of G such that $b = g_1 a$ and $g_t a \in \mu(\Sigma)$ for each t, $0 \leq t \leq 1$. No additional conditions on μ are needed when $G = R^N$ or $G = R^N/Z^N$ and various sufficient conditions are known when G is an infinite dimensional linear space [cf. e.g. J.J. Uhl Jr, The range of a vector-valued measure, PAMS 23 (1969), 158-163]. The answer would yield a form of Liapounov Convexity Theorem for the range of group-valued measures.

K. Kuratowski[?]

24. V 1974.

(891) ~~Neck~~ Let H be a Hilbert space, $\mathfrak{g}$ be a Lie subalgebra of the algebra of all compact operators on H. Assume that each $A \in \mathfrak{g}$ is quasi-nilpotent (i.e. the spectrum of A is $\{0\}$)

a) Has $\mathfrak{g}$ a proper invariant subspace?

b) Does the associative algebra spanned (with respect to the operator norm) by $\mathfrak{g}$ compose of quasinilpotent operators only?

c) do (a) and (b) imply each other?

W. Wojtyński

(892) An up-directed lower $\vee$ semilattice is distributive if and only if, for any filter F and any ideal I such that $F \cap I = \phi$, there exists a prime filter containing F and disjoint from I. (J. Varlet, Distributive semilattices and Boolean lattices, Bull. Soc. Roy. Sc. Liège, 41 (1972), 5-10 (Theorem 3). Is the following condition sufficient for an up-directed lower $\vee$ semilattice to be distributive: any two distinct elements can be separated by a prime filter?

J. Varlet

(893) If X is a compact metric space, by 2^X we mean the collection of all nonempty closed subsets of X metrized with the Hausdorff metric. If $\varepsilon > 0$, the ε-hyperspace of X,

$$2^X_\varepsilon = \{A \in 2^X : \text{diameter } A \leq \varepsilon\}.$$

If X is a compact ANR, does there exist a metric on X (perhaps any convex metric will suffice) such that for sufficiently small $\varepsilon > 0$, 2^X_ε is a) locally contractible b) an ANR, c) of the same homotopy type as X, d) a Hilbert cube manifold, e) a Hilbert cube manifold homeomorphic to $X \times Q$, where Q is the Hilbert cube? Furthermore, if $X \in AR$, is 2^X_ε homeomorphic to Q for each $\varepsilon > 0$? If e) and this last question are both true, then $X \in AR$ implies that $X \times Q \cong Q$. If this is the case, then, by Chapman, each compact ANR has finite homotopy type.

R. M. Schori
30. 5. 74

894 Sei G eine diskrete Gruppe, zum Beispiel die freie Gruppe mit zwei Erzeugenden. Hat die Fourier-Algebra $A(G)$ approximierende (nicht notwendig beschränkte, im Fall der freien Gruppe sicher unbeschränkte) Einheiten?

Michael Leinert.

895 Пусть X — вещественное банахово пространство, $x \in F$, $F \subset X$, $F^c = X \setminus F$, $r_x(F) = \inf\limits_{y \in F^c} \|x-y\|$ (наименьшее удаление точки $x \in F$ до границы множества F) и $R_x(F) = \sup\limits_{y\in F} \|x-y\|$ (наибольшее удаление точки $x \in F$ до границы множества F). Введем числовой параметр, характеризующий отступление множества от шарообразного:

$$\varkappa(F) = \sup_{x \in F} \frac{r_x(F)}{R_x(F)}$$

Пусть теперь $F_1 \supset F_2 \supset \dots \supset F_n \supset \dots$ — ограниченные выпуклые замкнутые множества в X.
Известно (см. Математические заметки, 1968, т. 3 N 2,), что если $\limsup \varkappa(F_n) > \frac{1}{2}$, то пересечение $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} F_n$ непусто; если $\limsup \varkappa(F_n) < \frac{1}{2}$, то такое пересечение может быть пустым (в нерефлексивном пространстве — конкретный пример построен для пространства сходящихся вещественных последовательностей).
Вопрос: что можно сказать в случае

$$\limsup \varkappa(F_n) = \frac{1}{2}$$

Н. Н. Вахания

7. VI. 74

[illegible]

(896) Существует два определения безграничной делимости вероятностной меры μ на R^1: (a) $\mu=\mu_n^n$ для каждого n, (в) какова бы ни была окрестность δ-распределения V, имеем $\mu=\mu_1*\mu_2*\cdots*\mu_n$, где $\mu_i\in V$ для каждого $i=1,2,\dots n$. Известно, что эти определения эквивалентны. Но это показывается после построения всей теории (представления Леви-Хинчина).

<u>I вопрос.</u> Можно ли доказать эквивалентность этих определений непосредственно, до получения общей формулы представления?

<u>II вопрос.</u> Оба определения безграничной делимости можно ввести в любой топологической полугруппе. В каких топологических полугруппах эквивалентны эти определения? Можно поставить более частный вопрос, рассматривая только полугруппы вероятностных мер на группах, линейных пространствах и т.д.

ნ. ვახანია Н. Н. Вахания
(თბილისი) 7. VI. 74

(897) Let $(E_n)_{n\geq 0}$ be a sequence of non empty subsets of a commutative Hausdorff topological group G.

We put:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} E_n = \left\{ x\in G \;/\; x=\sum_{n=0}^{+\infty} x_n, \text{ where the series is convergent and } x_n\in E_n \right\}.$$

We say that the series $\sum_{n=0}^{+\infty} E_n$ is convergent iff the set $\sum_{n=0}^{+\infty} E_n$ is non empty.

We say that $\sum_{n=0}^{+\infty} E_n$ is unconditionally convergent iff for every rearrangement σ of the natural numbers the series $\sum_{n=0}^{+\infty} E_{\sigma(n)}$ is convergent.

Suppose that $\sum_{n=0}^{+\infty} E_n$ is unconditionally convergent. Does it follow that:

(1). The sum $\sum_{n=0}^{+\infty} E_{\sigma(n)}$ is independant of σ?

(2) $\sum_{n=0}^{+\infty} E_n = \{x \in G \mid x = \sum_{n \geq 0} x_n$, where the series is unconditionally convergent and $x_n \in E_n\}$?

Alain Costé 6.11.74

Sam B. Nadler Jr 12-13-74

(898) Let H_n denote the Hausdorff metric for the space $\mathcal{C}_n$ of all nonempty subcontinua of Euclidean n-space R^n. Let

$\mathcal{A}_n = \{A \subset R^n : A$ is an arc $\}$

$\Sigma_n = \{A \subset R^n : A$ is a simple closed curve $\}$

$\mathcal{T}_n = \{A \subset R^n : A$ is a simple triod $\}$

$P_n = \{A \subset R^n : A$ is a pseudo arc

(898.1) By the Schönflies theorem, $\mathcal{A}_2$ is homogeneous. Is $\mathcal{A}_3$ homogeneous? Note: homeomorphisms from $R^2 \to R^2$ lift up to $\mathcal{A}_2$. But in R^3, there are wild arcs. Are these arcs really wild in $\mathcal{A}_3$? (1 bottle of wine)

(898.2) Same as (898.1) for the spaces Σ_n, $\mathcal{T}_n$, and $\mathcal{A}_{n \geq 3}$. (1 bottle of wine)

(898.3) Bing has show P_n is a residual G_δ in the space $\mathcal{C}_n$: Is P_n homogeneous and, if so, is it a topological group. If P_n is homogeneous, then I would conjecture: P_n is homeomorphic to l_2! This would be interesting because then every functional analystist would know what a pseudo arc is — namely, a point in Hilbert space!

(1 bottle of wine)

(898.4) Are a_m, T_m, and Σ_r all mutually homeomorphic? (2 bottles of beer)

(898.5) The same as the others but for the corresponding subsets of l_2. (2 bottles of beer)

Sam B. Nadler Jr. 12-13-74

(899) Let $2^X = \{A \subset X : A$ is nonempty and compact$\}$ and let H denote the Hausdorff metric for 2^X. Let $C(X) = \{A \in 2^X : A = \text{connected}\}$ (X = metric continuum).

(899.1) When does 2^X have fixed point property? If X is locally connected, then of course $2^X \in$ A.R. so it does. Also, the space $Y =$  has f.p.p. but $C(Y)$ does not (Colloq. Math 1972). Does 2^Y? (~~bottle~~) (1 bottle wine)

(899.2) When is $C(X)$ a retract of 2^X? In fact, is there a metric continuum $X \ni C(X)$ is not a retract of 2^X? If X is loc. conn, then $C(X) \in$ A.R. so $C(X)$ is a retract of 2^X. Is there a non-loc. connected metric continuum such that $C(X)$ is a retract of 2^X? What about X = pseudo-arc? (1 roast duck dinner)

(899.3) Same as (899.2) except only requirement is to be an r-image. Equivalently when can $C(X)$ be embedded in 2^X so as to be a retract? (1 roast duck dinner)

(899.4) When is X an r-image of $C(X)$ or of 2^X? (1 bottle of wine)

Sam B. Nadler Jr
12-13-74 900 Let (X, T) be a Hausdorff continuum. Let T_V denote the Vietoris topology for the space $C(X)$ of all nonempty subcontinua of X. Is there a <u>locally connected</u> Hausdorff continuum X such that <u>$C(X)$</u> ~~is~~ <u>does not have the fixed point property</u>?

1 bottle beer + 1 order Bigos

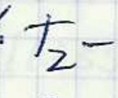
Note: If X is metric, then $C(X)$ is an AR. So, this is strictly a "Hausdorff problem"!

Also: let $[0, \Omega]$ denote the long line and let $\Sigma = [0, \Omega] / \{0, \Omega\}$ = the long circle. David Pawlowich, a masters student of mine, showed ~~that~~ in his masters thesis that $C(\Sigma)$ is not contractible by any T_2-continuum $\equiv \nexists$ T_2-continuum W and two points $p, q \in W$ and a continuous fcn $k: C(\Sigma) \times W \to C(\Sigma) \ni$

$$k(A, 0) = A$$
$$k(A, 1) = \Sigma \in C(\Sigma)$$ (It is know $C(\Sigma)$ is generalized arcwise connected).

Does $C(\Sigma)$ have f.p.p.? Note: Σ has <u>fpp</u>.

Note: Let $[\alpha, \beta]$ be a generalized arc $\equiv$ Hausdorff continuum with exactly two noncut points. Then

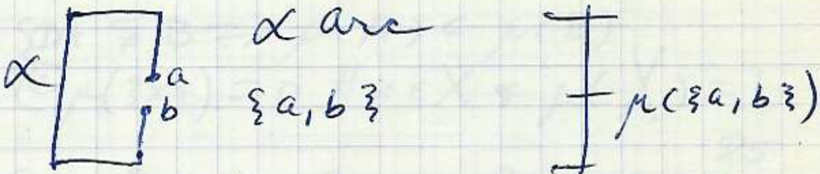
$C([\alpha, \beta])$ is homeomorphic to  by $[\gamma', \gamma''] \to (\gamma', \gamma'')$

Haskel Cohen showed $[\alpha, \beta] \times [\alpha, \beta]$ has f.p.p. — $C([\alpha, \beta])$ is a retract of $[\alpha, \beta] \times [\alpha, \beta]$. Hence, $C([\alpha, \beta])$ has fpp.

See Ed. Thomas' Theses
Disser. Math. volume 50
(also one by Lyda Kittrell Barrett)
F. B. Jones 30 July 1975

It is known that μ on $C(X)$ is monotone & open (Eberhart-Nadler, Bull. Pol. Acad. Sci., 1971, pp1027-1034). However μ may fail to be so on 2^X

ex



Small open sets in 2^X with $\{a,b\}$ in them do not go to open sets in $[0,1]$ — also, $\{a,b\}$ is an isolated point of $\mu^{-1}(\mu\{a,b\})$.

It can be show that if (X, d) is a compact convex subset of ~~a Banach space~~ say l_2, then μ is monotone and open on 2^X. When precisely is μ monotone and/or open? 1 bottle wine + roast duck

Is the monotoneness of μ on 2^X equivalent to the openness of μ on 2^X? 1 bottle wine + 1 order Beets

How are the functions μ all obtained? $\mathfrak{IT}$ = {Whitney maps} is a semigroup — what is its structure? Sausage + 1 bottle wine

Sam B. Nadler Jr.
12-13-74

905 In all the applications of the Banach contraction mapping Principle I am aware of, the differential equation is converted to a contraction T on a new space Λ but $T(\Lambda)$ = compact. Is there an application to differential equations which uses the full power of Banach's Theorem. The Banach Principle is trivial for compact spaces.

Sam B Nadler Jr.
12-13-74 (906) Let X be a metric continuum and let

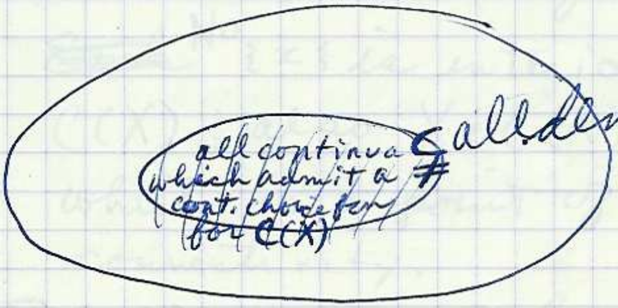
$2^X = \{A : A \text{ is nonempty \& compact}\}$
$C(X) = \{A \in 2^X : A = \text{connected}\}$ with Hausdorff metric

$\mu : 2^X \xrightarrow{\text{cont}} [0,1]$, $\underline{\mu} = \mu | C(X)$

where μ sat: ① $A \subsetneq B \Rightarrow \mu(A) < \mu(B)$
② $\mu(\{x\}) = 0 \ \forall x \in X$ & $\mu(X) = 1$.

(906.1) In Proc. Amer. Math. Soc., 1970, 25 369–

L.E. Ward and I showed



where a continuous choice fcn from $\Lambda \subset 2^X$ means a continuous fcn $\sigma : \Lambda \to X \ni$ $\sigma(L) \in L \ \forall L \in \Lambda$.

What is the exact class of dendroids X which admit a cont. choice fcn from $C(X)$?

Is there such a choice function if the dendroid is contractible? Note: For the class of loc.

~~(906.1)~~

connected continua, $\exists$ cont. choice fcn $\sigma : C(X) \to X$ iff X is a dendrite. (1 bottle of Wine + a roast chicken dinner)

(906.2) For what continua is there a continuous choice function for $\mu^{-1}(t)$ or for $\underline{\mu}^{-1}(t)$ for some t (for all t)?
2 bottles beer.

Sam Nadler JV
12-14-74

907 Let X be a metric continuum,

$C(X) = \{A \subset X : A \text{ is a subcontinuum of } X, A \neq \emptyset\}$
with Hausdorff metric. Even in the simplest case of a homogeneous nondegenerate X, $C(X)$ is not homogeneous.

(ex) $X = S^1 = \{z \in \text{plane} : |z| = 1\}$.

$C(X)$ = 2-cell and not homogeneous.

Also: let X be the pseudo arc. It is known (Bing) that X is homogeneous and that (Kelley) $C(X)$ is uniquely arcwise connected. ~~Each~~ No $\{x\}$ is interior to an arc in $C(X)$; also $X \in C(X)$ is the only point which is a point of $C(X)$ of loc. arcwise connectivity.

Conjecture: If $C(X)$ is homogeneous, then $C(X) \cong$ Hilbert cube (i.e. X is a locally connected continuum with no "free" arc). | bottle wine + 1 order Śledź

908 Niech F będzie funkcją określoną na punktach x kontinuum X, której wartościami są podkontinua $F(x) \subset X$, która jest półciągła górnie i której wykres jest spójny. Dla jakich X istnieje wówczas punkt $x \in F(x)$, tj. uogólniony punkt niezmienny?

909 Niech UWPN (uogólniona własność punktu niezmiennego) oznacza istnienie w X punktu $x \in F(x)$ dla każdej funkcji F górnie półciągłej, określonej na punktach x kontinuum X i której

wartościami są podkontinua $F(x) \subset X$.

R. Mańka dowiódł (FM 1975) własności UWPN dla wszystkich X dziedzicznie jednospójnych dziedzicznie rozkładalnych (tzw. λ-dendroidów).

Dla jakich kontinuów X własność UWPN przechodzi z X na przestrzeń C(X) wszystkich jego podkontinuów?

910 Dla jakich X i F własność UWPN przechodzi z X na F(X)?

911 Czy i kiedy retrakt deformacyjny kontinuum ściągalnego, w szczególności miotełki ściągalnej, jest ściągalny?

912 Dla jakich kontinuów X granica ciągu jednostajnie zbieżnego funkcji konfluentnych (w sensie J. J. Charatonika, FM 56, 1964) $f: X \xrightarrow{na} Y$ jest funkcją konfluentną?

913 Dla jakich kontinuów X funkcja konfluentna na każdym właściwym podkontinuum nieprzywiedlnym jest konfluentna na całym X?

Nagroda za rozwiązanie któregokolwiek z zagadnień 908-913: prawo opowiedzenia dwu dowcipów niżej podpisanemu. Mogą być średniej długości.

Wrocław, 2 stycznia 1975 r. Bronisław Knaster.

914 Let (E,τ) be an F-space (complete metric linear space) with the property that any Hausdorff vector topology γ on E such that $\gamma \leq \tau$ satisfies $\gamma = \tau$ (i.e. τ is a minimal topology). Is it true that $E \cong \omega$ (the space of all sequences, with the product topology)?

N. J. Kalton 8 April 1975

915 Let (E,τ) be an F-space with a separating dual. Prove or disprove that E contains an infinite-dimensional weakly closed subspace G and a closed infinite-dimensional subspace H such that $G \cap H = \{0\}$ and $G+H$ is closed.

N. J. Kalton 8 April 1975.

916 Czy (lub kiedy) domknięcie $\overline{D}$ obrazu D wzajemnie jednoznacznego i ciągłego półprostej, takie że $\overline{\overline{D}-D} = \overline{D}_1$, zawiera podkontinuum nierozkładalne? 28 maja 1975 r.

Bronisław Knaster

917 A dendroid (i.e., an arcwise connected and hereditarily unicoherent metric continuum) is said to be planable if it can be imbedded into the plane.

For what classes $\mathcal{F}$ of mappings is it true that if X is a planable (non-planable) dendroid and if f is in $\mathcal{F}$ with domain X, then $f(X)$ is a planable (non-planable) dendroid?

30. V. 1975

Janusz J. Charatonik

(918) On considère l'ensemble Λ de tous les entiers qui peuvent s'écrire sous la forme $2^k 3^\ell$, k, et $\ell \in \mathbb{N}$. On peut montrer aisement, en utilisant la théorie de Paley-Littlewood, qu'il existe des constantes A_p, pour tout $p > 2$, telles que, quel que soit le polynôme trigonométrique P à spectre dans Λ, $P(x) = \sum'_{\lambda \in \Lambda} a_\lambda e^{i\lambda x}$, alors $\| P \|_p \leq A_p \| P \|_2$. Existe-t-il une démonstration directe ? Peut-on montrer plus précisément que si $\sum_{\lambda \in \Lambda} |a_\lambda|^2 < \infty$, alors $\exp(\mu \, | \sum a_\lambda e^{i\lambda x} |)$ appartient à L^1 pour tout $\mu > 0$?

(919) Soit Λ un ensemble $\Lambda(4)$ d'entiers, c'est à dire tel qu'il existe une constante A pour laquelle $\| \sum_{\lambda \in \Lambda} a_\lambda e^{i\lambda x} \|_4^2 \leq A \sum_{\lambda \in \Lambda} |a_\lambda|^2$ quelle que soit la suite (a_λ). Est-on assuré que, si la série $\sum_{\lambda \in \Lambda} a_\lambda e^{i\lambda x}$ converge sur un ensemble de mesure positive suivant un procédé de sommation quelconque, alors c'est la série de Fourier d'une fonction de L^4 ?

Aline Bonami, le 8 juin 1975.

(920) After 50 years Professor Knaster's question: Is the circle the only homogeneous plane continuum?, has been reduced to: Is every hereditarily indecomposable homogeneous plane continuum a pseudo-arc? i.e., is it chainable or circularly chainable?

(921) After 40 years, does there exist a normal Moore space (i.e., a space satisfying R.L. Moore's Axiom 0 and parts 1, 2, and 3 of Axiom 1) which is not metric? [One would hope for an "honest" example of such a space without some weird set theory assumption.]

30 July 1975 F. Burton Jones

(922) October 10th 1975

Is it possible to find, in $\mathbb{Q}$ = space of rationals, a sequence $(P_n)_{n\geq 1}$ of probability measures such that P_n converges in the topology of weak convergence to some measure P, and such that the only compact subset $K \subseteq \mathbb{Q}$ for which $P_n K \to PK$ holds is the empty set? [With $\mathbb{Q}$ replaced by a Polish space such examples do not exist].

Flemming Topsøe

<u>Prize</u>: A week in Copenhagen for an example.

(923) As a trivial application of my results in:

Mapping hereditarily indecomposable continua onto a pseudo-arc. Topology Conference, VPI & SU March 22-24 1973, <u>Lecture Notes in Mathematics</u> Vol. 375 Springer-Verlag (1974) p 6-14,

it can be established that (1) Every Hausdorff hereditarily indecomposable continuum can be embedded into some product of pseudo-arcs; and (2) Every metric hereditarily indecomposable continuum can be embedded into a countable product of pseudo-arcs. <u>Question</u>: Can every finite dimensional metric hereditarily indecomposable continuum be embedded into a finite product of pseudo-arcs?

David P. Bellamy

11-Dec-1975

928. rozwiązane negatywnie przez P. Głowackiego (On decomposition of pseudoarcs ..., w druku w Colloquium Math. 40,1) w (naturalniejszej) wersji, która powstaje przez zastąpienie wszędzie PM przez A^*. Wersja ta jest równoważna z podaną obok, jeśli zbiory K_1 i K_2 mają syntezę spektralną.

8. VII 1977 Stan Hartman

929 Problem dawno rozstrzygnięty przez R.H. Binga: każde kontinuum wymiaru n zawiera podkontinuum dziedzicznie nierozkładalne wymiaru $n-1$

Maćkowiak
3. III. 77

924. If M is an open n-manifold for $n \geq 2$ and $\beta M - M$ is connected, is $\beta M - M$ an aposyndetic continuum? (This is true if $M = \mathbb{R}^n$.)

David Bellamy 13-XII-1975

925. What are necessary and sufficient conditions to ensure that a metric continuum X cannot be mapped onto ~~its~~ the cone over itself?

David Bellamy 13-XII-1975

926.
If X is an indecomposable Hausdorff continuum with infinitely many composants, is the cardinality of the set of composants of X always equal to 2^m for some infinite cardinal number m?

David Bellamy 13-XII-1975

927 If X is a plane continuum and $A \subseteq X$ is the set of points of X ~~acces~~ arcwise accessible from the complement of X, say the points of A are <u>uniformly accessible</u> if there exists a point $p \in E^2 - X$, and a family of arcs $[p,a]$ from p to a for each $a \in A$ (so that $[p,a] \cap X = \{a\}$), such that given any $\epsilon > 0$ there exists an integer n such that each $[p,a]$ is a union of at most n subarcs of diameter less than ϵ.

<u>Problem:</u> If X is a plane continuum and A is its set of accessible points, and the points of A are uniformly accessible, is ~~the set of~~ A always connected?

David Bellamy 13-XII-1975

928. Czy istnieją dwa kompakty $K_1 \subset (-\infty, 0]$ i $K_2 \subset [0, \infty)$ takie, że

1° dla pewnej stałej $C > 0$ i dowolnych wielomianów trygonometrycznych P_1 i P_2 o widmach w K_1 i K_2 odpowiednio

$$\| P_1 + P_2 \|_\infty \geq C \left(\| P_1 \|_\infty + \| P_2 \|_\infty \right),$$

2° istnieje pseudomiara $S \in PM(K_1 \cup K_2)$ nie dająca się przedstawić jako suma $S_1 + S_2$, gdzie $S_1 \in PM(K_1)$, $S_2 \in PM(K_2)$?

31. V. 76 Stan Hartman

929. Let a continuum X be such that $\dim X \geq 2$. Does it follow that X contains a hereditarily indecomposable continuum?

23. III. 77 T. Maćkowiak

Problem Piotr Blass. April, 77
(Norman, Oklahoma)

Let $f(x, y, z) = 0$ define a surface in $\mathbb{Q}^3$ say F.
Let $\overline{\mathbb{Q}}$ be the algebraic closure of $\mathbb{Q}$ and let $\overline{F}$ be the closure of F in projective space over $\overline{\mathbb{Q}}$ (ie. $\overline{\mathbb{Q}}P^3$).
Suppose $\overline{F}$ is non-singular and degree of $f(x, y, z)$ is ≥ 5.

Do all integer points of F lie on a finite number of algebraic curves in $\overline{\mathbb{Q}}P^3$?

(equivalently: can the integer pts be zariski dense in)

932. Let μ be a probability measure defined on the Borel sets of the real line. Let

$$S(\mu) = \{ t : \int \exp(itx)\, d\mu(x) = 0 \}.$$

Then under what necessary and sufficient conditions on the set $S(\mu)$, does there exist at least one set $A \subset R$ with $0 < \mu(A) < 1$ and $\mu(A+\theta) = \mu(A)$ for all θ, $-\infty < \theta < \infty$?

Note that $A + \theta = \{ x : x - \theta \in A \}$.

P. K. Pathak

17 May 1977

932. Can the spaces $\beta D(\omega_1) \setminus D(\omega_1)$ and $\beta N \setminus N$ homeomorphic ?

$D(\omega_1)$ - the discrete space of cardinality ω_1

N - positive integers with discrete topology

β - the Čech-Stone compactification

R. Frankiewicz

03/08/1977

933 Zbiór liczb rzeczywistych nazywa się Q-zbiór jeżeli każdy podzbiór jest G_δ ze względu na ten zbiór.

Czy to jest słuszne, że jeżeli istnieje nieprzeliczalny Q-zbiór, to każdy zbiór liczb rzeczywistych mocy $\aleph_1$ jest Q-zbiorem ?

934 Znaleźć model dla ZFC oraz $2^{\aleph_0} > \aleph_1$, w którym

(1) istnieje podzbiór zbioru ω^ω (= zbiór wszystkich funkcji $\omega \to \omega$), który jest kofinal i dobrze uporządkowany w typ ω_1 ze względu na porządek określony przez

$$f < g \equiv [\, \exists_{n<\omega} \forall_{m>n} \; f(m) < g(m) \,] \quad \text{dla } f, g \in \omega^\omega.$$

(2) istnieje zbiór liczb rzecz. mocy $2^{\aleph_0}$ o własności (C)*).

[Albo wykazać, że w ZFC Hypoteza Kontinuum jest równoważna koniunkcji (1) i (2)]

*) Zbiór na prostej E ma własność (C) jeżeli dla każdego ciągu $\{a_n \mid n<\omega\}$ liczb rzeczywistych dodatnich istnieje ciąg $\{I_n \mid n<\omega\}$ przedziałów taki, że $E \subseteq \bigcup_{n<\omega} I_n$ i długość I_n jest a_n dla wszelkich $n<\omega$.

935 Niech A, B będą dwa zbiory na prostej z topologią względną.

$$A \prec B \equiv [\, A \text{ jest homeomorficzny podzbiorowi zbioru } B \,]$$

Czy dla każdego zbioru nieprzeliczalnego B na prostej zawsze istnieje nieprzeliczalny zbiór A taki, że $A \prec B \not\prec A$?

(Wiadomo, że to jest słuszne jeżeli $2^{\aleph_0} = \aleph_1$. Czy to pozostaje prawdziwe przy założeniu Aksjomata Martin'a i $2^{\aleph_0} > \aleph_1$?)

23 sierpnia 77 H. Sayeki

Ad 937:

H. Lausch and W. Nöbauer,

Algebra of polynomials, North Holland 1973

936. Let (S, Σ, μ) be a nonnegative finite measure space, let X be a Banach space and L^1_X, be the corresponding space of X-valued Bochner-integrable functions. Let $\sigma(L^1_X, L^\infty_{X'})$ the topology on L^1_X coming from the dual pairing $\langle \varphi, f \rangle := \int_S \langle \varphi(t), f(t) \rangle d\mu(t)$, $\varphi \in L^\infty_{X'}$, $f \in L^1_X$ (where $L^\infty_{X'} := \{\varphi : S \to X'$ strongly μ-measurable, μ-essentially bounded$\}$). Assume $f_n \to f$ in $\sigma(L^1_X, L^\infty_{X'})$. Find necessary and sufficient conditions on $\{f_n\}$ such that $f_n \to f$ in $\sigma(L^1_X, (L^1_X)')$.

J. Batt (München).

937. A universal algebra $\mathfrak{A}$ has the interpolation property if, for all $k \in \mathbb{N}$, every k-ary function $f: A^k \to A$ is representable on every finite subset by a polynomial function (for def. of polynomial function over a universal algebra see Lausch-Nöbauer: Algebra of Polynomials). Find all semigroups which have the interpolation property (solved in the case of finite semigroups by L. Marki (Budapest), H. Kaiser (Wien)).

938. Conjecture: If an algebra $\mathfrak{A}$ is 2-affine complete (an algebra $\mathfrak{A}$ is called k-affine complete if every compatible function $f: A^k \to A$ is a polynomial function) then $\mathfrak{A}$ is k-affine complete for all $k \in \mathbb{N}$.

Wrocław 6.12.1977

H. Kaiser (Wien)

939 For the product of varieties (according to Malcev), find necessary and sufficient conditions that the subvarieties of a given variety form a semigp under product. What are the necessary and sufficient conditions that this semigroup be a free monoid with zero? A.A. Iskander

~~Ho~~ For Hurewicz fibrations the answer is „not"
(list J.E. Westa do R. Dudy)

940 Find the automorphism group of the lattice of group varieties (A.-A. Iskander, Lafayette, LA.)

Wrocław, 27. II 1978

941 Let $E \xrightarrow{p} B$ be a locally trivial fiber bundle with fiber F and suppose $E, B,$ and F to be compact, metric. Under what conditions (if any) is $2^E \xrightarrow{2^p} 2^B$ a locally trivial bundle with fiber 2^F? In particular, if E, B, F are ANR's? What about Hurewicz fibrations? Serre fibrations?

~~(W. Chapman and Ferry have shown (Topology 1977) that~~

Wrocław 5.IV.78 James E West

942 Let $E \xrightarrow{p} B$ be a Hurewicz fibration with each fiber homeomorphic to a given Hilbert cube manifold F. If E and B are also Hilbert cube manifolds, under what conditions is p a locally trivial bundle?

1. Chapman and Ferry, in Topology, 1977, have shown that If F is a compact Hilbert cube manifold and B is a finite dimensional ANR, then p is a bundle and that if $E \xrightarrow{p} B$ is a Hurewicz fibration with each fiber a compact ANR and B a compact ANR, then

$$E \times Q \xrightarrow{\bar{p}} E \xrightarrow{p} B, \quad \underbrace{}_{p \circ \bar{p}}$$

then $p \circ \bar{p}$ is a bundle, where $\bar{p}$ is projection. On the other hand, if

2. $Q_1 = Q_2 = Q =$ Hilbert cube and $\delta : Q_1 \to Q_1 \times Q_2$ is the diagonal mapping, then the restriction $\bar{p}$ to the complement of the image of δ of the projection $Q_1 \times Q_2 \xrightarrow{p} Q_1$ is not even a Hurewicz fibration. If it were, it would be fiber-homotopy equivalent to the product fibration $Q_1 \times Q_2 \setminus \{pt\} \to Q_1$ and there would exist a cross section σ of $p : Q_1 \times Q_2 \to Q_1$ with

image disjoint from that of δ, so that the map $Q_1 \xrightarrow{\sigma} Q_1 \times Q_2 \xrightarrow{p_2} Q_2 = Q_1$ would be fixed point free.

3. In connection with this problem, R. Wong (In Proceedings of the Topology Conference at Louisiana State University held in March, 1977) has shown that if α and β are any two involutions on Q with unique fixed point there is an involution γ on $Q \times [0,1]$ such that (a) $\gamma \mid Q \times \{t\}$ is an involution of $Q \times \{t\}$ with unique fixed point x_t for each t and that (b)

$$\begin{array}{c} (Q \times [0,1]/\gamma) \setminus \{x_t \mid 0 \le t \le 1\} \\ \downarrow p \\ [0,1] \end{array}$$

is a Hurewicz fibration (with each fiber a Q-manifold RP^∞) and (c) $\gamma \mid Q \times \{0\} = \alpha$ and $\gamma \mid Q \times \{1\} = \beta$. If p is a locally trivial bundle, then α is conjugate to β. This problem, of classifying involutions of Q with unique fixed point is currently of great interest (see Papers of Wong in Fundamenta about 1974 or 5, of Berstein-West in Proceedings of Amer. Math. Soc. Summer Institute in Topology held at Stanford Univ, 1976, and of West-Wong in Proceedings of Georgia Topology Conference held at Athens, Ga., 1977.)

Wrocław 5.IV.78 James E. West

943. Let $E \xrightarrow{p} B$ be a Hurewicz fibration with B = the Hilbert cube, E a compact ANR, and each fiber of p a non-degenerate absolute retract. Must there exist two cross-sections, σ and τ of p with disjoint images? If not, give a characterization of those cross-sections σ for which there exists a cross section τ with image disjoint from that of σ.

(See comment (2) above for a relevant example.)

Wrocław 5.IV.78 James E. West (Problem of West and Toruńczyk)

944. A topological space is called quasi-regular if every non-empty open set contains the closure of some non-empty open set (J. C. Oxtoby, Spaces that admit a category measure, J. Reine Angew. Math. 205, (1961), 156-170). Let $\mathcal{A}$ be an open covering of a topological space X. Then a subset S of X is said to be $\mathcal{A}$-small if S is contained in a member of $\mathcal{A}$. A topological space X is said to be strongly countably complete (Z. Frolík, Baire spaces and some generalizations of complete metric spaces, Czechoslovak Math. J. 11 (1961), p. 242) if there is a sequence ~~$\{F_i\}$ of closed subsets of X~~ $\{\mathcal{A}_i : i = 1, 2, \dots\}$ of open coverings of X such that a sequence $\{F_i\}$ of closed subsets of X has nonempty intersection provided that $F_i \supset F_{i+1}$ for all i and each F_i is $\mathcal{A}_i$-small. It is known (I. Namioka, Separate continuity and joint continuity, Pacific J. Math. 51 (1974) p. 517 Theorem 1.2) that if X is a strongly countably complete regular space, Y is a locally compact and σ-compact space, and Z is a pseudo-metrizable space, and if a map $f: X \times Y \to Z$ is separately continuous, then there exists a dense G_δ-set A in X, such that f is jointly continuous at each point of $A \times Y$.

Does this theorem remain valid when Z is assumed to be quasi-regular? (another "nice" topological space?)

Wrocław 17. IV. 1978 Zbigniew Piotrowski

945 Does every arcwise connected disk-like continuum have the fixed-point property?

Charles L. Hagopian

Wroclaw 15-9-78

946. Let $1 \le a_1 < \dots < a_n$ be n integers. Let $f(n)$ be the smallest integer so that the set

$$a_i + a_j \; ; \; a_i \, a_j \; , \; 1 \le i \le j \le n$$

contains at least $f(n)$ distinct integer. Szemerédi and I proved ($c > 0$ is an absolute constant)

$$(1) \quad n^{1+c} < f(n) < n^2 e^{c \log n / \log\log n}$$

The upper bound may give the right order of magnitude $f(n) > n^{2-\varepsilon}$ seems certain.

Denote by $F(n)$ the smallest integer so that there are at least $F(n)$ distinct integers of the form

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i a_i \; ; \; \prod_{i=1}^{n} a_i^{\varepsilon_i} \; , \; \varepsilon_i = 0 \text{ or } 1.$$

We conjecture $F(n) > n^k$ for every k if $n > n_0(k)$. We proved $F(n) < n^{c \log n / \log\log n}$ which perhaps gives the right order of magnitude for $F(n)$.

P. Erdős and E. Szemerédi

Wroclaw 1978 X 21

947 Divide the integers into two classes. Is there an infinite sequence $a_1 < a_2 < \dots$ so that all the numbers

$$a_1 < a_2 < \dots \; ; \quad a_i + a_j \; ; \quad a_i \, a_j , \quad 1 \le i < j$$

all belong to the same class? It is not even known that there are always three integers a_1, a_2, a_3 with this property.

If we omit the products $a_i a_j$ then this is a well known result of Hindman (J. C. T., conjecture of Graham and Rothschild)

P. Erdős

Wroclaw 1978 X 21

948 Let $|S| = n$. $f(n;j)$ is the largest integer r so that there are subsets $A_r \subset S$, $1 \le r \le f(n;j)$ so that

$$|A_{r_1} \cap A_{r_2}| \ne j \quad \text{for} \quad 1 \le r_1 < r_2 \le f(n;j) \quad \cancel{1 \le j_1 < j_2}$$

$f(n;0) = 2^{n-1}$ trivially. $f(n;1)$ was determined explicitly by P. Frankl. I conjecture that to every ~~A~~ $\eta > 0$ there is an $\varepsilon > 0$ so that for $\eta n < j < \left(\frac{1}{2} - \eta\right) n$ $f(n;j) < (2-\varepsilon)^n$.

P. Erdős

Wrocław 1978 X 21

949. Let $c = \aleph_1$. Is E_n (the n-dimensional Euclidean space the union of $\aleph_0$ sets A_n so that any set of 4 points in A_n $(n = 1, 2, \dots)$ determine 6 different distances?

For $n=1$ this was proved by Kakutani and myself (Bull. Amer. Math. Soc 1943), for $n=2$ by R.O. Davies, for $n>2$ the problem is open.

P. Erdős

Wrocław 1978 X 21

950. Let $x_1, \ldots, x_n$ be n points in the plane which do not contain an isosceles triangle. Estimate the number $D(n)$ of ~~distin~~ distinct distances determined by these n points. $D(n)/n \to \infty$ should certainly hold. What happens to $D(n)$ if we make the stronger assumption that any four points $x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, x_{i_4}$ determine at least 5 distinct distances?

For problems of this type see P. Erdős, On some problems in elementary and combinatorial geometry, Annali di Mat. Pura et Applicata 53 (1975), 99-108.

P. Erdős

Wroclaw 1978 X 21

951 Let $1 \le a_1 < a_2 < \cdots$ be a sequence (of integers) for which $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} < \infty$. Prove that there is an integer $t > 0$ so that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n + t}$ is irrational. This was asked at a lecture of mine by a member of the audience.

P. Erdős 1978 X 21 Wroclaw.

952 Let $\cancel{E_2}$ $S_1 \cup S_2 = E_2$. T any non equilateral triangle. Prove that either S_1 or S_2 contains three points x_1, x_2, x_3 which determine a triangle congruent to T.

This is a conjecture stated in our paper Euclidean Ramsey theorems I Journal of Comb theory 1974 and Keszthely Colloquium 1973, see also Shader JCT were special cases are proved),

P. Erdős, R.L. Graham, Montgomery, B Rothschild

J. Spencer, E Straus

Wroclaw 1978 X 21

(953) Let $\mathcal{H}(\mathbb{C})$ be the vector space of entire functions of one complex variable, with the topology of convergence on compact sets.

In $\mathcal{H}(\mathbb{C})$ consider the set S consisting of those entire functions f which satisfy $|f(x+iy)| \leqslant e^{|y|}$ for every real x and y (which is equivalent to $|f^{(n)}(x)| \leqslant 1$ for every $n \geqslant 0$ and every real x).

S is a compact convex set.

Find the extremal points.

The functions $z \longrightarrow Ce^{i\alpha z}$, where $|C| = 1$ and α is real and $-1 \leqslant \alpha \leqslant 1$, are extremal points. If there were no other extremal point, every function of S could be put into the form

$$f(z) = \int_{-1}^{+1} e^{itz}\, d\mu(t), \quad \mu \text{ a complex measure on } [-1,+1].$$

But this is not the case. Ex: $f(z) = \int_0^z \frac{\sin u}{u}\, du$ = principal value of $\int_{-1}^{+1} e^{itz} \frac{dt}{t}$.

H. Delange, may 15, 1979.

(954) Let $\omega(n)$ be the number of distinct prime divisors of n.

Is it true that, for every pair (q, q') of integers $\geqslant 2$ and every pair (r, r') of integers, as x tends to infinity $\#\{n \leqslant x \mid \omega(n) \equiv r \pmod q \text{ and } \omega(n+1) \equiv r' \pmod{q'}\}$ is $\sim \frac{x}{qq'}$?

H. Delange, may 15, 1979.

(955) Let f be a real-valued additive arithmetical function.

Find necessary and sufficient conditions (on the values of f on prime powers) for the following property:

For every real numbers $\underline{a}$ and $\underline{b}$, with $a < b$, $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} \#\{n \leqslant x \mid a \leqslant f(n) \leqslant b\} = 0$.

If f is supposed to be non-negative, then the answer is $\sum \frac{f^*(p)}{p} = +\infty$, where $f^*(p) = \operatorname{Inf}(f(p), 1)$.

H. Delange, may 15, 1979.

(956) Let f be an additive function.

It has been proved by P.D.T.A. Elliott that, if $f(p+1)=0$ for every prime p, then $f(n)=0$ for every n.

Is it true that, if $f(p+1)\in \mathbb{Z}$ for every p, then $f(n)\in\mathbb{Z}$ for every n?

H. Delange, may 15, 1979.

(957) Let f be a (real or complex-valued) multiplicative function.

Find necessary and sufficient conditions for f to have zero-mean value.

By a well known work of Halász the answer is known in the case when f is assumed to satisfy $|f(n)|\leq 1$ for every n.

H. Delange, may 15, 1979.

(958) If $x: S^1 \to E^2$ is a smooth convex closed curve in Euclidean 2-space, then there exists a point in E^2 where at least four normals of the curve intersect. This bound is sharp. Give a sharp bound for the same problem in the case of a smooth closed convex hypersurface in Euclidean n-space $(n \geq 3)$.

B. Wegner, June 27, 1979

(959) It is well-known that in a conformally flat space a hypersurface is conformally flat if and only if it is quasiumbilical. Are conformally flat spaces to be characterized among Riemannian manifolds as those for which conformal flatness and quasiumbilicity for hypersurfaces are equivalent?

L. Verstraelen, July 27, 1979.

(960) Let E be a closed subset of $\mathbb{T}$ such that every absolutely continuous function on E is in $A(E)$ (see Ricci, Bull. des Sc. Math. 1979 for examples of countable sets of this type).

- Does E have necessarily measure zero?
- Are there perfect sets E satisfying this property which are not Helson sets?

F. Ricci, Oct. 27, 1979

(961) Given two pseudomeasures T and U on $\mathbb{T}$ such that $\hat{T}(0) = \hat{U}(0) = 0$, consider the distributional derivative $(P_T P_U)'$ of the pointwise product $P_T P_U$, where P_T and P_U are primitives of T and U respectively. In general $(P_T P_U)'$ is not a pseudomeasure. This product has been introduced by J. Benedetto.

- Are there closed subsets E of $\mathbb{T}$ which are not sets of strong spectral resolution and are such that if T and U above have support in E, then $(P_T P_U)'$ is a pseudomeasure?
- Let $E = \{0\} \cup \{\frac{1}{2^m} + \frac{1}{2^n} \mid m, n \geq 0\}$. What is the answer to the first question in this case? (If $U \in M(E)$ then $(P_T P_U)' \in A'(E)$; see Ricci, Bull. des Sc. Math. 1979).

F. Ricci, Oct. 27, 1979

(962)

Niech k będzie liczbą naturalną taką, że

a) $0 < k < p^n$ dla pewnej liczby pierwszej p oraz $n>1$

b) $(k, p^n-1) = 1$

Wiadomo, że istnieje liczba naturalna l $(0<l<p^n)$ taka iż $k \cdot l \equiv 1 \pmod{(p^n-1)}$. Niech będzie dane rozwinięcie liczby k względem potęg liczby p:

$$k = a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_{n-1} p + a_n$$

$(0 \le a_i < p)$. Znaleźć takie rozwinięcie dla liczby l, tzn. podać explicité wzory na współczynniki b_i $(i=1,\ldots,n)$ w rozwinięciu

$$l = b_1 p^{n-1} + b_2 p^{n-2} + \ldots + b_{n-1} p + b_n \quad (0 \le b_i < p).$$

Uwaga. Innymi słowy pytanie dotyczy elementu odwrotnego do k w grupie multyplikatywnej Z_m^* pierścienia Z_m. (Wiadomo, że $Z_m^* \simeq C_m$ = grupa cykliczna rzędu m), gdzie $m = p^n - 1$.

3 marca 1980 r.

K Ewert

(963) Let R be an (associative) ring with 1 and let G be a group. Assume that the group ring $R[G]$ is equationally compact as a right-$R[G]$-module. Does this imply that G is finite?

Remarks: The answer is positive if $R[G]$ is a strongly equationally compact ring in the sense that the free module $F_{R[G]}(\aleph_0)$ over $R[G]$ in $\aleph_0$ generators is equationally compact. It is also positive if $R[G]$ is self-injective or if $R[G]$ is equationally compact as a ring.

J. R. Loewen

12/10/84

Uwaga: $M_E \subset M_0$ jest równoważne z $M_E \subset \mathrm{Rad}\, L^1$ (Host - Parreau)

Problem znany

Stan Hartman

(964) For a connected Lie group G let $A_p(G)$ be the Figà-Talamanca-Herz algebra on G. Then the test functions $\mathcal{D}(G)$ are contained in A_p, hence for $\varphi \in \mathcal{D}$ the multipliernorm $M_p(\varphi) = \sup\{\|\varphi f\|_{A_p};\ f \in A_p,\ \|f\|_{A_p} \le 1\}$ is well defined. For a smooth bounded function χ on G and compact $K \subset G$ let

$$M_p(\chi, K) = \inf\{M_p(\varphi);\ \varphi \in \mathcal{D},\ \varphi|_U = \chi|_U \text{ on a neighbourhood } U \text{ of } K\}.$$

α) How growth $M_p(\chi, K)$ with K? In particular, for a fixed compact neighbourhood K of $e \in G$, how behaves $\{M_p(\chi, K^n)\}_n$ for $n \to \infty$?

15. October 1981 H. Leptin

(965) Niech M_E oznacza $\{\mu \in M(\mathbb{T}) : \operatorname{spec}\mu \subset E \subset \mathbb{Z}\}$, a $M_0 =$
$= \{\mu \in M(\mathbb{T}) : \lim_{|n|\to\infty} \hat{\mu}(n) = 0\}$.

Zbiór E nazywa się zbiorem Rieszów, jeśli $M_E \subset L^1$.

Czy E jest ~~także~~ ~~także~~ zbiorem Rieszów, jeśli ~~$M_E \subset M_0$~~ $M_E \subset \operatorname{Rad} L^1$?

A może wystarczy nawet $M_E \subset M_0$?

19. X 81 Stan Hartman

(P 966) Funkcja (zespolona) φ na zbiorze $E \subset \mathbb{Z}$ nazywa się mnożnikiem na $L^1_E(\Pi)$, jeśli $\varphi \hat{f} \in \hat{L}^1_E$ dla każdego $f \in L^1_E$. Nazwijmy φ mnożnikiem zwykłym, jeśli $\varphi = \hat{\mu}/E$ dla pewnej miary $\mu \in M(\Pi)$, a mnożnikiem obcym w przeciwnym razie. Niech E ~~będzie~~ nie będzie ani zbiorem Sidona ani „warstwą", t.j. elementem pierścienia generowanego przez warstwy grupy $\mathbb{Z}$ względem wszystkich podgrup (t.zw. coset ring czyli klasa ciągów, które ~~odpowiednio~~ różnią się tylko na skończenie wielu miejscach od ciągu okresowego).

Czy na L^1_E istnieje obcy mnożnik?

29. III 82

Stan Hartman

Następujące problemy stawiałem w r. 1984 na konferencjach w Wiedniu i w Montrealu, ponieważ dotychczas nie znalazły one rozwiązania, więc uważam za celowe wpisanie je do Księgi Szkockiej i ewentualne opublikowanie w Colloquium Mathematicum:

(P 967) What are "the most economical ways" to represent an algebraic closure operator $C: 2^A \to 2^A$ (e.g. for a finite set A) by the operator $X \mapsto \langle X \rangle \in \mathrm{Sub}\,\mathfrak{A}$ $(X \subseteq A)$ of some algebra $\mathfrak{A} = (A; \mathbb{F})$ on the set A ($\langle X \rangle$ denotes the subalgebra of $\mathfrak{A}$ generated by X)?

"Economy" refers to the cardinality of $\mathbb{F}$ and to the arities of the operations in $\mathbb{F}$ (small arities are preferable). The well-know construction of Birkhoff and Frink is not satisfactory one.

<u>Remarks</u>. As it follows from Gould's result,

if $\mathcal{C}(\phi) = \phi$, and there is such an algebra of finite type (or with countably many fundamental operations) then there also exists a required algebra with precisely one fundamental operation. On the other hand Burris proved that if considered closure $\mathcal{C}$ is n-ary, then $\mathfrak{A}$ can be chosen with at most n-ary fundamental operations, and that an algebraic closure space can be embedded in a 2-ary closure space.

References

[1] G. Birkhoff and O. Frink, Representations of lattices by sets, Trans. Amer. Math. Soc. 64 (1948), 291-316.

[2] S. Burris, Representation theorems for closure spaces, Colloq. Math. 19 (1968), 187-197.

[3] S. Burris, Embedding algebraic closure spaces in 2-ary closure spaces, Portugal. Math. 31 (1972), 183-185

[4] M. Gould, Automorphism and subalgebra structure in algebras of finite type, Alg. Univ. 2 (1972), 369-374.

P 968 Let $\mathfrak{A}$ and $\mathfrak{B}$ be two algebras with isomorphic lattices of subalgebras, $\mathrm{Sub}(\mathfrak{A}) \cong \mathrm{Sub}(\mathfrak{B})$, lattices of congruences, $\mathrm{Con}(\mathfrak{A}) \cong \mathrm{Con}(\mathfrak{B})$, monoids of endomorphisms, $\mathrm{End}(\mathfrak{A}) \cong \mathrm{End}(\mathfrak{B})$, and monoids of weak endomorphisms (in the sense of E. Marczewski) $\mathrm{W\,End}(\mathfrak{A}) \cong \mathrm{W\,End}(\mathfrak{B})$. Is then $\mathfrak{A} \underset{\text{weakly}}{\cong} \mathfrak{B}$?

15 IV 1987 Kazimierz Głazek